

Eficiencia técnica de hospitales nivel II en Colombia

Hernando E. Mutis *[§], Gloria M. Díaz*, . Erotida Toro*

* *Departamento de Ingeniería Industrial, Facultad de Ingeniería, Universidad de Los Andes, Bogotá*
§ *e-mail: hemutis@uniandes.edu.co.*

(Recibido: Septiembre 30 de 2005 - Aceptado: Julio 11 de 2006)

Resumen

La primera parte de este documento presenta los elementos teóricos básicos de la estimación de fronteras de producción estocásticas con el objetivo, en una segunda parte, de jerarquizar 113 hospitales (nivel II) de Colombia con datos del año 2003, de acuerdo a una medida de eficiencia técnica en la utilización de insumos para maximizar la cantidad producida. Para la aplicación presente se postula una función de producción como la Cobb-Douglas a la que se le añaden las perturbaciones de ruido (simétricas) y de eficiencia (seminormal) y, usando máxima verosimilitud, se estiman los parámetros de interés y se calcula la eficiencia para cada unidad hospitalaria.

Palabras clave: Eficiencia técnica productiva, Componentes principales, Frontera de producción estocástica, Máxima verosimilitud, Función de Cobb-Douglas, Distribución seminormal.

Abstract

In the first part of this paper the basics of the estimation of the stochastic production function is discussed. In the second part an application of the former is presented aimed at the hierarquization of the health institutions which depend of the Social Protection Ministry, according to a measure of the technical efficiency using inputs to maximise the output. For the present, a Cobb-Douglas production function is assumed with a symmetric noise and a semi-normal efficiency perturbation. Using maximum likelihood the parameters are obtained and the efficiency for each health institution is calculated.

Keywords: Technical efficiency, Principal components, Stochastic-frontier production function, Maximum likelihood, Cobb-Douglas production function, Half-normal distribution function.

1. Introducción

Por su origen, las estimaciones de fronteras de producción son una extensión de las estimaciones de funciones de producción micro-económicas: la premisa básica parte de considerar que la función de producción representa algún tipo “ideal” pues maximiza el producto dado unos insumos. Variantes son la minimización de insumos para un nivel dado de producto(s) y la optimización de beneficios. Las fronteras de producción son útiles

para otro fin: el análisis de eficiencia relativa, de ahí la sinonimia de las fronteras de producción con las de fronteras de eficiencia.

Una buena medición de la eficiencia es a través de la comparación de cada observación con la mejor práctica observada (la frontera) y, por extensión, el análisis de frontera estocástica desarrolla conceptos como el de

la eficiencia técnica ET, capacidad de utilización de insumos de manera tal que se maximiza la cantidad producida, eficiencia en la asignación EA, capacidad de escoger la combinación de factores con la cual la tasa marginal de sustitución es igual al precio relativo de los factores, y eficiencia productiva EP, capacidad de producir a un costo mínimo.

La frontera se construye a partir de funciones de producción (cantidad producida como función de los insumos) y su estimación informa sobre ineficiencia técnica. También la frontera puede construirse a partir de funciones de costos (costo total como función del nivel del producto y del costo de los insumos) y su estimación informa sobre ineficiencia productiva.

En los estudios empíricos sobre análisis de fronteras de producción se distinguen tres enfoques: el análisis envolvente de datos, los modelos de frontera de producción estocástica y aquellos que usan las técnicas estadísticas multivariadas (componentes principales y análisis de factores, principalmente). En tanto los dos primeros fueron desarrollados explícitamente para el estudio empírico de las fronteras para determinar una jerarquización de las unidades (firmas, individuos, entidades) en términos de las eficacias productivas, el tercero no es sino una utilización de las características básicas de esas técnicas.

El procedimiento que se realiza en esta presentación es la estimación de la frontera de producción estocástica. Metodológicamente el proceso es el siguiente: se postula una función de comportamiento eficiente (en este caso la Cobb-Douglas,) a la que se le añaden las perturbaciones de ruido (simétricas) y de eficiencia (no negativas); se formula una distribución probabilística para estas perturbaciones de eficiencia (en este caso la seminormal) y, usando máxima verosimilitud, se estiman los parámetros de interés y se calcula la eficiencia para cada entidad.

Para la aplicación presente se formula una función de producción Cobb-Douglas y se estima la función utilizando información facilitada por el Ministerio de Protección Social para 113

hospitales (nivel II, año 2003) de la red de salud en Colombia con el propósito de jerarquizar estas entidades de salud de acuerdo al criterio de eficiencia técnica que arroja la estimación econométrica de la frontera de producción estocástica.

En la sección 2 se presenta un resumen de las ideas básicas pertinentes a frontera de producción estocástica (en adelante, FE). A continuación, en las dos siguientes secciones se esbozan las características principales del conjunto de datos analizado y la metodología y procedimientos utilizados. En la última sección se recogen los principales resultados enfatizando en dos grupos correspondientes a las entidades más eficientes e ineficientes, respectivamente.

2. Las ideas básicas del modelo de la frontera de producción estocástica

La habilidad de una unidad productiva para maximizar el producto dado un conjunto particular de insumos corresponde al concepto de eficiencia técnica. Esta eficiencia supone que las unidades más productivas conforman la frontera de producción y ésta debe estimarse dado que, como tal, es desconocida. Esta sección resume los aspectos más importantes del tema siguiendo muy cercanamente el enfoque de Kumbhakar & Lovell (2000).

Los modelos iniciales de frontera de producción estocástica fueron introducidos por Aigner et al., (1977) y por Meeusen & Van Den Broeck (1977). La función Cobb-Douglas ha sido una de las más populares y su forma funcional linealizada para propósitos de estimación es $y = X\beta + \varepsilon$. En este caso y es el vector del logaritmo natural del producto obtenido, la matriz X está compuesta por una columna de unos y por el logaritmo natural de cada uno de los insumos involucrados en el proceso, β es el vector de parámetros que se deben estimar y ε es el término estocástico de perturbación.

Este último término, ε , merece una atención especial pues es uno de los aportes iniciales a la teorización de la FE. Para la i -ésima unidad productiva el término aleatorio se considera compuesto por un ruido simétrico, normalmente

distribuido ($v_i \sim N[0, \sigma_v^2]$), y por un término no negativo de ineficiencia (u_i , distribuido, en este caso, como seminormal: $u_i \sim N^+[\mu, \sigma_u^2]$), los cuales se distribuyen entre sí de manera independiente. Nótese que $\varepsilon_i = v_i - u_i$.

Para un conjunto de k insumos X_j , la función de producción de la i -ésima unidad productiva puede expresarse como $Y_i = f(x_{1i}, \dots, x_{ki}; \beta) \exp(v_i - u_i)$ siendo Y_i el producto de la i -ésima unidad, y β es el parámetro que asocia insumos con producto. El nivel eficiente de producción de la frontera estimada excluye al término de ineficiencia u y por tanto se representa como

$$Y_i = f(x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{ki}; \beta) \exp(v_i)$$

De esta manera, la razón de la producción de la firma con respecto a la de la frontera es $\exp(-u_i)$, y esta razón, en conclusión, sería una medición de la eficiencia técnica de la i -ésima unidad analizada

$$ET_i = \exp(-u_i)$$

Se dijo que la distribución aleatoria del término que captura la ineficiencia técnica es seminormal. Aunque otras formas que se han desarrollado son funciones de densidad de probabilidad como la normal truncada, la gamma y la exponencial, se presenta el resumen asumiendo una eficiencia técnica seminormal:

$$u \sim N^+[\mu, \sigma_u^2]$$

De la consideración $y = X\beta + \varepsilon = X\beta + (v-u)$, con el vector compuesto por $v-u$, se concluye que, en tanto v es simétrico y u es no negativo, entonces ε es asimétrico y por tanto, al aplicar el operador esperanza, se encuentra que

$$E \varepsilon = E(v - u) = -E u < 0$$

Una forma inicial de evaluar la conveniencia del modelo de FE es a través de su estimación por cuadrados mínimos ordinarios. Como $u > 0$, $\varepsilon = (v-u)$ es sesgada y habría evidencia de ineficiencia técnica. Si $u = 0 \Rightarrow \varepsilon = (v-u)$ es simétrica y los datos no ofrecerían evidencia de ineficiencia técnica.

En tanto se requiere estimar la especificación $y = X\beta + (v-u)$ las funciones de densidad de v (normal) y de u (seminormal) son:

$$f(v) = (2\pi\sigma_v^2)^{-\frac{1}{2}} \exp[-v^2/(2\sigma_v^2)]$$

$$f(u) = 2(2\pi\sigma_u^2)^{-\frac{1}{2}} \exp[-u^2/(2\sigma_u^2)]$$

Como los vectores aleatorios u y v son independientes, entonces la densidad conjunta de v y u es el producto de sus densidades individuales:

$$f(u, v) = (\pi\sigma_v\sigma_u)^{-1} \exp[-v^2/(2\sigma_v^2) - u^2/(2\sigma_u^2)]$$

Como $\varepsilon = v-u$, entonces la densidad conjunta de u y ε es

$$f(u, \varepsilon) = (\pi\sigma_v\sigma_u)^{-1} \exp[-(\varepsilon + u)^2/(2\sigma_v^2) - u^2/(2\sigma_u^2)]$$

De acuerdo a Kumbhakar & Lovell (2000), la densidad marginal de ε se obtiene integrando a u de $f(u, \varepsilon)$ a través de:

$$f(\varepsilon) = \int_0^\infty f(u, \varepsilon) du = 2\sigma^{-1} \phi(\varepsilon\sigma^{-1}) \Phi(-\varepsilon\lambda\sigma^{-1})$$

donde $\sigma = [\sigma_u^2 + \sigma_v^2]^{1/2}$, $\lambda = \sigma_u / \sigma_v$, y $\phi(t)$ y $\Phi(t)$ son funciones de densidad y de distribución normal estándar, respectivamente.

Dada la densidad marginal de ε , se concluye que el logaritmo natural de la función verosimilitud para una muestra de n productores sería, con k una constante (Kumbhakar & Lovell, 2000):

$$\ln L = k - n \ln \sigma + \sum_i \ln \Phi(-\varepsilon_i \lambda \sigma^{-1}) - (2\sigma^2)^{-1} \sum_i \varepsilon_i^2$$

La obtención de los estimadores máximo-verosímiles surge de la maximización de la anterior expresión. Una vez encontrado el conjunto de estimados, se continúa con el cálculo de la eficiencia técnica para cada elemento. Como se cuenta con los estimados de $\varepsilon_i = v_i - u_i$, se posee alguna información sobre u_i . Si $\varepsilon_i > 0$, entonces u_i no es muy grande ($E v_i = 0$) lo cual sugeriría que este productor es relativamente eficiente. En cambio si $\varepsilon_i < 0$, entonces u_i es muy grande y se considera que este productor es relativamente ineficiente.

Por la anterior razón, de lo que se trata es de separar la información que ε_i contiene sobre u_i : una solución al asunto viene de la obtención de la distribución condicional de u_i dado ε_i . Jondrow et al. (1982) encontraron que si $u_i \sim N^+[\mu, \sigma_u^2]$ entonces

$$f(u|\varepsilon) = \frac{f(u, \varepsilon)}{f(\varepsilon)} = \frac{(2\pi\sigma_u^2)^{-\frac{1}{2}} \exp[-(u - \mu_*)/2\sigma_u^2]}{1 - \Phi(-\mu_*/\sigma_u)}$$

donde $\mu_* = -\varepsilon \sigma_u^2 / \sigma^2$ y $\sigma_* = \sigma_u \sigma_v / \sigma$.

La idea de la estimación es obtener la función de verosimilitud, obtener los parámetros de interés y calcular la eficiencia técnica para cada unidad:

$$ET_i = \exp(-\hat{u}_i)$$

Como $f(u, \varepsilon) \sim N^+(\mu_*, \sigma_*^2)$, entonces Jondrow et al. (1982) plantean un estimador puntual de la eficiencia técnica para cada productor. No obstante, el estimador más utilizado en el trabajo empírico es el propuesto por Battese & Coelli (1988):

$$ET_i = E[\exp(u_i) | \varepsilon_i] = \frac{1 - \Phi(\sigma_* - \mu_{*i} / \sigma_*)}{1 - \Phi(-\mu_{*i} / \sigma_*)} \exp(-\mu_{*i} + \frac{1}{2} \sigma_*^2)$$

Si bien es cierto que se han desarrollado diversos modelos de acuerdo al supuesto distribucional del término u_i , como se mencionó anteriormente, la presentación aquí efectuada es adecuada para adelantar el trabajo aplicado. A pesar de que se ha considerado que los estimados de la eficiencia técnica podrían ser inconsistentes. A nivel de estudios de corte transversal, el procedimiento puede, no obstante, dar luces sobre la cercanía (o lejanía) relativa de las unidades con respecto a la frontera ideal de producción.

Un punto muy importante a considerar es el efecto de la distribución que se asume para el término u . Se considera que aunque las eficiencias técnicas son muy sensibles a la forma de la distribución, la jerarquización de las unidades productivas no se afecta de manera notable sobre todo en la configuración de los grupos extremos: Greene (1990) en un panel de 123 empresas eléctricas encontró que el coeficiente de correlación por rangos entre los pares de los estimados de la eficiencia para todas las observaciones muestrales estuvo entre 0.7467 (exponencial y gamma) y 0.9803 (seminormal y normal truncada). Estos resultados apoyan que el uso de una distribución como la seminormal da resultados alentadores en la definición de las ineficiencias técnicas de las unidades involucradas. Para este estudio las formas distribucionales exponencial y normal truncada no permitieron la convergencia de la función de verosimilitud.

Como procedimiento general para seguir, es evidente que los modelos propuestos para estimar dependerán de varios factores: del objetivo de la investigación, de los supuestos sobre el comportamiento de las unidades, de la distribución asumida de la eficiencia técnica y de la disponibilidad de los datos. Estos aspectos exceptuando la distribución de la eficiencia técnica, serán discutidos en la siguiente sección.

3. El problema y los datos

El propósito de esta aplicación es estudiar la eficiencia técnica de los centros hospitalarios nacionales a partir de la información sobre insumos y productos.

La definición del producto o productos de la actividad hospitalaria es un problema que se ha enfrentado de diversas maneras. De acuerdo a ciertos estudios (Puig-Junoy, 2000 ; Puig-Junoy & Dalmau-Matarrodona, 2000; Burgess & Wilson, 1998 ; Goni, 1999; González & Barber, 1996) aconsejan el uso de variables de “producto” (y de insumos) como las presentadas en este trabajo, las cuales fueron obtenidas del Ministerio de Protección Social para el año de 2003.

Las variables referentes a productos son las siguientes:

- Número de consultas de medicina general.
- Número de consultas en urgencias.
- Número de consultas con especialista.
- Número de partos atendidos.
- Número de cesáreas efectuadas.
- Número de egresos hospitalarios.
- Número de días de estancia.
- Exámenes de laboratorio efectuados.
- Número de cirugías efectuadas.

Las variables referentes a insumos son las siguientes:

- Número de camas de hospital.
- Número de camas en salas de observación.
- Número de consultorios en consulta externa.
- Número de consultorios en urgencias.
- Número de salas de cirugía.
- Número de mesas de parto.
- Número de unidades odontológicas.

4. Metodología

La idea de la estimación es obtener la función de verosimilitud, calcular los parámetros de interés y estimar la eficiencia técnica para cada unidad. Dado que el modelo de frontera estocástica no considera más de un producto se utilizó el primer componente principal de los puntajes de las pruebas. La tabla 1 muestra que el primer componente principal absorbe el 49 % de la variabilidad total del conjunto analizado.

Tabla 1. Valores propios de la matriz de correlación

Valor Propio	Diferencia	Proporción	Acumulado
4.99202922	3.13048954	0.4992	0.4992
1.86153968	0.78793893	0.1862	0.6854
1.07360075		0.1074	0.7927

Al ojear los vectores propios (en la tabla 2), se aprecia que el primer componente principal es una combinación lineal de las variables listadas ponderadas por los coeficientes del primer vector propio, bautizado en la tabla como Vect_P1. En este caso, el primer componente principal corresponde a un promedio ponderado de las variables originales:

Tabla 2. Vectores propios

	Vect_P1	Vect_P2	Vect_P3
Consultas Med. Gral.	0.147174	0.586630	0.339189
Cirugías Efectuadas	0.338773	-.249553	0.248214
Nro. Egresos	0.381621	-.057645	-.318131
Consultas Especialista	0.369770	0.092985	-.238495
Días de Estancia	0.289525	-.109431	-.516491
Consultas Urgencias	0.342527	0.231177	-.129530
Nro. Unids. Odontológicas	0.212338	0.558970	0.169337
Nro. Partos	0.321432	-.290410	0.505868
Nro. Cesáreas	0.328205	-.338696	0.301363
Exámenes Lab.	0.352043	0.068563	-.079470

El siguiente paso es efectuar una primera aproximación por CMO del modelo propuesto utilizando como variable dependiente el logaritmo natural del primer componente principal (escalado para evitar valores negativos) y como variables independientes a las referidas a los insumos, expresados en términos de sus logaritmos naturales. Como resultado por destacar es la fuerte multicolinealidad entre las variables de insumo. Para amortiguar los efectos de la multicolinealidad se juntaron las variables de camas (hospital y observación) en un solo rubro, así como también las de consulta (externa y urgencias) y las de salas de cirugía y mesas de partos.

La aplicación de CMO a este último modelo arrojó lo que se presenta en la tabla 3 en la que todas las variables son significativas exceptuando el intercepto. El R^2 de esta regresión fue de 0.7. La estructura de multicolinealidad de este modelo mostró que el índice de condición para la relación entre el primer valor propio de la matriz de correlaciones de las variables dependientes con respecto al tercer es superior a 44 (44.36) y, con respecto al cuarto, de 51.43. No obstante, en este modelo las variables tienen el signo esperado y con razones t bastante altas, por eso no se presume un efecto multicolineal severo en el modelo estimado.

Tabla 3. Parámetros estimados

Variable	G. L.	Parámetro Estimado	Error Estándar	Razón t	Pr > t
• Intercept	1	-0.20131	0.50757	-0.40	0.6924
• lcamash	1	0.25874	0.04920	5.26	<.0001
• lconsect	1	0.29602	0.06217	4.76	<.0001
• lsalasciru	1	0.31333	0.05519	5.68	<.0001

En esta etapa se analiza el comportamiento de los residuales para determinar la factibilidad de utilizar el modelo de eficiencia técnica. Los valores obtenidos de la media de los residuales, del coeficiente de sesgo, así como la falta de simetría de la distribución de los residuales, confirman que el proceso es factible de modelar usando FE. Los estadísticos siguientes (tabla 4) prueban si los residuales se ajustan a una distribución normal. En cada uno de ellos se rechazó la hipótesis nula de la distribución normal para este conjunto de residuales, como se nota en la tabla 4.

Tabla 4. Pruebas de bondad de ajuste para la distribución normal

Prueba	Estadístico	GL	Valor prob.
Kolmogorov-Smirnov	D	0.105708	Pr > D <0.010
Cramer-von Mises	W-Sq	0.359740	Pr > W-Sq <0.005
Anderson-Darling	A-Sq	2.255348	Pr > A-Sq <0.005
Chi-Square	Chi-Sq	530.945438	35 Pr > Chi-Sq <0.001

En la figura 1 se presentan los residuales correspondientes al modelo especificado. La gráfica de los residuales del modelo sin intercepto también mostró un comportamiento con las mismas características, favoreciendo la aplicabilidad del modelo de FE. No se incluye la gráfica por razones de espacio. La curva que se presenta en la figura 1 es la que corresponde a la distribución normal y se deja para propósitos comparativos.

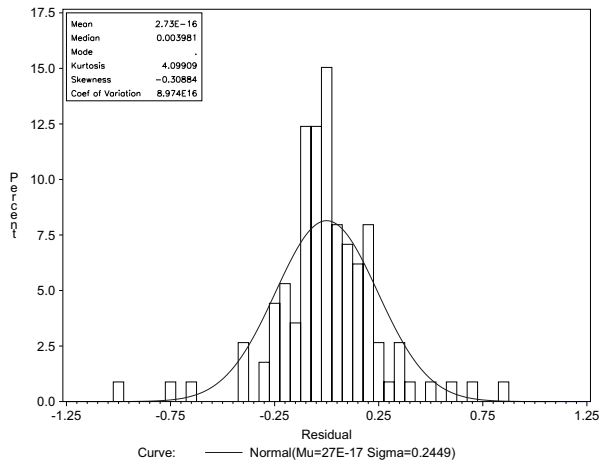


Figura 1. Histograma de residuales hospitales nivel II (2003)

Una vez realizadas estas primeras estimaciones, el paso siguiente es la obtención de los parámetros del modelo usando máxima verosimilitud y a continuación se calculan las eficiencias técnicas para cada unidad involucrada. Encontradas éstas, se ordenan para detectar las entidades más eficientes. Eficiencia, en este contexto, está referida exclusivamente al ejercicio econométrico que liga las variables particulares bajo estudio para el conjunto de las 113 unidades hospitalarias. Para este caso los resultados se obtuvieron con el paquete Stata 8.0. La presentación de los resultados básicos se hace en la siguiente sección.

5. Resultados

La primera aproximación por CMO del modelo propuesto en la última parte de la sección anterior mostró que las variables referentes a los insumos fueron estadísticamente significativas exceptuando el intercepto.

En vista de que la distribución de los residuales no es simétrica, el paso siguiente es aplicar el método de máxima verosimilitud al modelo utilizando como variables las mismas mencionadas en la regresión previa, considerando que el disturbio de la ineficiencia técnica se aproxima por una distribución seminormal.

La tabla 5 recoge los principales resultados de tal modelo. Los estimados máximo-verosímiles de

los coeficientes asociados a las variables de insumo mostraron ser significativos y con el signo adecuado. Igualmente, los estimados de los parámetros del modelo de frontera estocástica tuvieron un ajuste relativamente bueno, a juzgar por los estimados de los coeficientes σ_u (σ_u) y el λ (λ). No obstante, el coeficiente asociado a la constante del modelo (en negrita en la tabla) no fue significativo.

La prueba de razón de verosimilitud para el coeficiente σ_u (σ_u) muestra que es significativamente diferente de cero, incrementando, pues, la credibilidad de la estimación del modelo de FE.

Alternativamente a la tabla anterior, la tabla 6 muestra los estimados del modelo cuando se excluye el intercepto. Todos los coeficientes son significativos, con los signos esperados y el parámetro de eficiencia sigue siendo significativamente diferente de cero.

La estimación de las eficiencias técnicas de los hospitales mostró los siguientes resultados, utilizando el modelo sin intercepto. La jerarquización de acuerdo al modelo con intercepto es muy similar a la que aquí se presenta: la mayoría de los hospitales son los mismos en los extremos, con pequeños cambios en las posiciones relativas.

En la tabla 7, se presenta el listado de las instituciones relativamente más eficientes: cuanto mayor es el puntaje, mayor es la eficiencia relativa.

El grupo de las instituciones hospitalarias más ineficientes, ordenadas de mayor a menor ineficiencia, se presenta a continuación.

Evidentemente esta jerarquización está sometida a las limitaciones de las variables utilizadas y/o a su diferente ponderación: otro conjunto podría arrojar diferentes resultados. De otra parte, si el objetivo es la minimización de costos, es muy posible que la ordenación de los niveles de ineficiencia técnica se vean alterados y la clasificación final difiera de la aquí presentada.

Tabla 5. Hospitales nivel II, modelo de frontera estocástica con intercepto, 2003

Number of obs = 113 ; Wald chi2(3) = 190.67
Prob > chi2 = 0.0000

Log likelihood = 2.5180252

lprin1	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	
lcamash	.3106861	.0468305	6.63	0.000	.2188999	.4024723
lconsext	.3006099	.0527133	5.70	0.000	.1972938	.4039261
lsalasciru	.2873706	.0545168	5.27	0.000	.1805196	.3942215
_cons 	-.4031785	.4864303	-0.83	0.407	-1.356564	.5502074
/lnsig2v	-3.323659	.2612121	-12.72	0.000	-3.835626	-2.811693
/lnsig2u	-2.870684	.4740192	-6.06	0.000	-3.799745	-1.941624
sigma_v	.1897914	.0247879			.146928	.2451594

Likelihood-ratio test of sigma_u=0: chibar2(01) = 2.60 Prob>=chibar2 = 0.053

Tabla 6. Hospitales nivel II, modelo de frontera estocástica sin intercepto, 2003

Number of obs = 113 ; Wald chi2(3) = 18222.73
Prob > chi2 = 0.0000

Log likelihood = 2.1779457

lprin1	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	
lcamash	.2877756	.0382106	7.53	0.000	.2128843	.3626669
lconsext	.2835371	.0487364	5.82	0.000	.1880154	.3790587
lsalasciru	.2746493	.052796	5.20	0.000	.171171	.3781276
/lnsig2v	-3.28339	.2547782	-12.89	0.000	-3.782746	-2.784033
/lnsig2u	-2.925431	.4991399	-5.86	0.000	-3.903727	-1.947134
sigma_v	.1936516	.0246691			.1508646	.2485735
sigma_u	.2316065	.057802			.1420092	.3777332
sigma2	.0911425	.0214709			.0490603	.1332247
lambda	1.195996	.0767122			1.045643	1.346349

Likelihood-ratio test of sigma_u=0: chibar2(01) = 1.92; Prob>=chibar2 = 0.083

Tabla 7. Hospitales más eficientes de acuerdo al modelo de frontera estocástica

Orden	Municipio	Departamento	Puntaje
1	GUATEQUE	Boyacá	0.90379
2	ARMENIA	Quindío	0.91244
3	PUERTO BERRÍO	Antioquia	0.91397
4	PURIFICACIÓN	Tolima	0.91814
5	CHIRIGUANÁ	Cesar	0.92216
6	SANTAFÉ DE ANTIOQUIA	Antioquia	0.92339
7	FUNDACIÓN	Magdalena	0.93312
8	BARRANQUILLA	Atlántico	0.93939
9	YARUMAL	Antioquia	0.94807
10	SALAMINA	Caldas	0.94918

Tabla 8. Hospitales más ineficientes de acuerdo al modelo de frontera estocástica

Orden	Municipio	Departamento	Puntaje
1	BARRANQUILLA	Atlántico	0.50367
2	SEVILLA	Valle del Cauca	0.58594
3	ITAGUI	Antioquia	0.58713
4	BOGOTÁ	Bogotá	0.71373
5	FLORENCIA	Caquetá	0.71953
6	DOSQUEBRADAS	Risaralda	0.72460
7	LA UNIÓN	Nariño	0.75020
8	CIÉNAGA	Magdalena	0.76432
9	BARRANQUILLA	Atlántico	0.76911
10	BOGOTÁ	Bogotá	0.77176

Agradecimientos

Los autores agradecen a los árbitros por sus aportes en la elaboración final de este documento. Una versión preliminar de este documento fue presentada como conferencia en el XV Congreso Nacional de Matemáticas realizado en Bogotá en Agosto de 2005.

6. Referencias bibliográficas

Aigner, D., Lovell, C.A.K., & Schmidt, P. (1977). Formulation and estimation of stochastic frontier production function models. *Journal of Econometrics* 6(1), 21-37.

Battese, G. E., & Coelli, T. J. (1988). Prediction of firm-level technical efficiencies with a generalized frontier production function and panel data. *Journal of Econometrics* 38(3), 387-399.

Burgess, J.F., & Wilson, P.W. (1998). Variation in inefficiency among US hospitals. *Canadian Journal of Operational Research and Information Processing (INFOR)* 36(3), 84-102.

Coelli, T., Prasada Rao, D.S., & Battese G. (2001). *An introduction to efficiency and productivity analysis*. Fifth printing. Massachusetts: Kluwer Academic Publishers.

Goni, S. (1999). An analysis of the effectiveness of Spanish primary health care teams. *Health Policy* 48(2), 107-117.

González, B., & Barber, P. (1996). Changes in the efficiency of Spanish public hospitals after the introduction of program-contracts. *Investigaciones Económicas* 20(3), 377-402.

Greene, W. H. (1990). A gamma-distributed stochastic frontier model. *Journal of Econometrics* 46(1-2), 141-164.

Jondrow, J., Lovell, C.A.K., Materov, I.S., & Schmidt, P. (1982). On the Estimation of Technical Inefficiency in the Stochastic Frontier Production Function Model. *Journal of Econometrics* 19(2-3), 233-238.

Kumbhakar, S.C., & Lovell, C.A.K. (2000). *Stochastic frontier analysis*. USA: Cambridge University Press.

Meeusen, W., & Van den Broeck, J. (1977). Efficiency estimation from Cobb-Douglas production functions with composed error. *International Economic Review* 18(2), 435-444.

Puig-Junoy, J. (2000). Eficiencia de la Atención Primaria de Salud: una Revisión Crítica de las Medidas de Frontera. *Revista Española de Salud Pública* 74(5-6), 483-495.

Puig-Junoy, J., & Dalmau-Matarrodona, E. (2000). ¿Qué sabemos acerca de la eficiencia de las organizaciones sanitarias en España? Una revisión de la literatura económica. XX Jornadas de Economía de la Salud, Asociación de Economía de la Salud (AES), Palma de Mallorca, España.

