

Gradiente de presión de un flujo bifásico sólido-líquido de dos regiones en pozos horizontales

^{1,4}R. Salazar Mendoza, ^{2,1}A. García Gutiérrez y ³G. Espinosa Paredes

¹Departamento de Ingeniería Mecánica, Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico, Prolongación Av. Palmira esq. Apatzingan, Col. Palmira, Cuernavaca, Mor., 62490, México.

²Gerencia de Geotermia, Instituto de Investigaciones Eléctricas, Ave, Reforma No. 113, Col. Palmira, Cuernavaca, Mor., C.P. 62490, México.

³Departamento de Ingeniería de Procesos e Hidráulica, Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa, Av. San Rafael Atlixco # 186 Col. Vicentina, México, D.F., C.P. 09340, México. gepe@xanum.uam.mx

⁴Competencia de Producción de Hidrocarburos, Instituto Mexicano del Petróleo, Av. Periférica Norte s/n esq. 35-B, Col. San Agustín del Palmar, Cd. del Carmen, Camp., C.P. 24118, México.

Resumen

Se presenta un análisis teórico del problema de transporte de recortes de perforación en pozos horizontales. Se estudia el flujo bifásico sólido-líquido en dos regiones donde la región inferior es un lecho estacionario de recortes, considerado como medio poroso, mientras que la región superior es un flujo bifásico disperso sólido-líquido. Se aplica el método de promediado en volumen para derivar de manera matemáticamente rigurosa el modelo de dos regiones. El modelo incluye las ecuaciones de transporte promediadas en volumen para cada región y términos que resultan de un balance de fuerzas macroscópico. La solución del modelo permite evaluar el comportamiento del gradiente de presión como función de la velocidad, la fracción de volumen de recortes total y la relación de la altura del lecho estacionario y del diámetro de la tubería, y ésta se basa en una aproximación discreta hacia atrás de diferencias finitas explícitas. El sistema físico simulado es una tubería horizontal de 4.135 m de longitud y 0.0508 m de diámetro. Se usa una cuadrícula unidimensional de malla centrada de 10 nodos. Los resultados numéricos se compararon con datos experimentales encontrándose una comparación satisfactoria entre los perfiles medidos y los simulados.

Palabras Clave: Perforación de pozos, Transporte de recortes, Flujo en dos fases, Sólido-líquido, Simulación, Promediado en Volumen.

Pressure gradient of a two-region solid-liquid flow in horizontal wells

Abstract

A theoretical analysis is presented for the problem of cuttings transport in a two-region, slurry-flow system in horizontal pipes, with a stationary bed of drill cuttings as a porous medium (ω -region) below a two-phase dispersed flow (η -region). Volume averaging was applied to derive a rigorous mathematical model where each variable is precisely defined. The model includes volume-averaged transport equations for both the two-phase dispersed flow and the porous-medium regions, and terms from a macroscopic forces balance. The solution of the two-region model allowed evaluation of the behavior of the pressure gradient as a function of velocity, total volume fraction of cuttings, and the relationship between the height of the stationary bed and pipe diameter. It is based on a backward, finite-difference explicit scheme. The simulated physical system is a pipe of 4.135 m in horizontal length and 0.0508 m in diameter. A one dimensional, mesh-centered grid is

used, consisting of 10 nodes. The numerical results were compared with experimental data on slurry flows and a good agreement was found.

Keywords: Well drilling, Cuttings transport, Two-phase flow, Solid-liquid, Simulation, Volume averaging.

1. Introducción

En las industrias química, de la minería y petrolera se presenta el flujo bifásico sólido-líquido a través de tuberías horizontales. Este tipo de flujo es muy complejo (Doron y Barnea, 1993), debido a la presencia de las dos fases. Si los sólidos son de tamaño pequeño mayores a $40 \mu\text{m}$ (Kunii y Levenspiel, 1991), la floculación a menudo resulta en una estructura de asociación de partículas la cual resiste la sedimentación (Gillies y col., 1991). Estas mezclas no-Newtonianas con frecuencia presentan un esfuerzo de cedencia y se conocen como mezclas "*non-settling*" (Gillies y col., 1991). Un modelo de flujo homogéneo (Wallis, 1969) es apropiado para describir este tipo de mezclas. Sin embargo, debido a que las partículas de tamaño mayor a 1 mm tienden a sedimentarse en el fondo de la tubería, se pueden observar diferentes patrones de flujo dependiendo del gasto de flujo de mezcla (Doron y Barnea, 1993) y la clasificación más común es (Doron y col., 1987): 1) flujo con lecho estacionario, 2) flujo con lecho móvil, 3) flujo bifásico disperso y 4) flujo pseudo-homogéneo. Para dichos patrones de flujo un modelo de flujo homogéneo es inapropiado.

El parámetro más importante del flujo bifásico sólido-líquido es el gradiente de presión. El comportamiento del gradiente de presión como función de la velocidad en un flujo bifásico sólido-líquido es sustancialmente diferente del comportamiento de un flujo monofásico.

Datos experimentales del comportamiento del gradiente de presión en sistemas bifásicos sólido-líquido en tuberías horizontales han sido obtenidos en varios trabajos (Durand, 1953; Zandi y Govatos, 1967; Babcock, 1971; Carleton y col., 1978; Chhabra y Richardson, 1983; Noda y col., 1984, Doron y col., 1987; Doron y Barnea, 1993; Doron y Barnea, 1995; Doron y col., 1997). La predicción de las caídas de presión y los patrones de flujo es un problema muy complejo (Doron y col., 1987). Las dos aproximaciones principales que se han usado son: 1) correlaciones de datos empíricos, usando posiblemente un razonamiento semi-teórico (por ejemplo: Newwitt y col., 1955; Zandi y Govatos, 1967; Turian y Yuan, 1977; entre otros), y 2) desarrollos de aproximaciones teóricas basadas en una modelación fenomenológica, tal como los modelos de dos capas de Wilson (1976, 1988), Televantos y col. (1979), Doron y col. (1987), Gillies y col. (1991) y los modelos de tres capas de Doron y Barnea (1993) y Doron y col. (1997), entre muchos otros. No obstante la principal limitación de los modelos teóricos existentes es su inhabilidad para predecir, de manera suficientemente exacta, la existencia de los patrones de flujo bifásico sólido-líquido, por ejemplo el flujo con un lecho estacionario a gastos de flujo de mezcla bajos, mientras que las correlaciones empíricas tienen un intervalo limitado de aplicabilidad.

En la industria petrolera, la perforación horizontal se usa para explotar yacimientos que exhiben zonas productoras delgadas, para resolver problemas de conificación de agua y gas, para obtener una mayor área de drenaje y para maximizar el potencial productivo en yacimientos naturalmente fracturados (Cho y col., 2000). Sin embargo, entre los problemas operacionales más importantes que enfrentan los perforadores de pozos horizontales y desviados es la formación y limpieza de camas de recortes de perforación (Ramadan y col., 2001). Los recortes de perforación son los fragmentos sólidos de roca que son generados por una barrena durante la perforación de un pozo (Santana y col., 1998).

En este trabajo se presenta un análisis teórico del problema de transporte de recortes de perforación en pozos horizontales, para ello se deriva un modelo matemático, denominado modelo de dos regiones, usando el

concepto de flujo bifásico sólido-líquido en dos regiones con lecho estacionario y el método de promediado en volumen (Whitaker, 1999); lo cual constituye una técnica que se usa para derivar ecuaciones de transporte para sistemas multifásicos y es una de las principales aproximaciones en la modelación de flujo en dos fases (Espinosa-Paredes y col., 2002). La solución del modelo de dos regiones permite evaluar el comportamiento del gradiente de presión como función de la velocidad, la fracción de volumen de recortes total y la relación entre la altura del lecho estacionario y el diámetro de la tubería. Se utilizó una aproximación discreta hacia atrás de diferencias finitas explícitas con una cuadrícula unidimensional de malla centrada de 10 nodos. El sistema físico simulado es una tubería horizontal de 4.135 m de longitud y 0.0508 m de diámetro. Los resultados numéricos se compararon con datos experimentales de Doron y col. (1987) y Doron y Barnea (1993), encontrándose una comparación satisfactoria entre los perfiles medidos y los simulados.

2. Descripción del modelo conceptual

Considérese el flujo bifásico sólido-líquido en una tubería horizontal. Si el gasto de flujo de mezcla es alto, todas las partículas sólidas viajarán suspendidas en un patrón de flujo bifásico disperso. Si el gasto de flujo se reduce, las partículas sólidas cuya densidad sea más grande que el líquido que las transporta, tienden a sedimentarse y aglomerarse en el fondo de la tubería, formando un lecho móvil, arriba del cual fluye una mezcla heterogénea. Este comportamiento llevó al modelo de dos capas de Doron y col. (1987). Una reducción mayor del gasto causa que la altura de la cama móvil se incremente mientras que su velocidad disminuye. De acuerdo con el modelo de dos capas el lecho llega a ser estacionario cuando la suma de las fuerzas de arrastre actuando sobre el lecho es menor que la suma de las fuerzas que se oponen al movimiento del lecho. Aunque el modelo de dos capas funciona bastante bien para el flujo con lecho móvil, falla en la mayoría de los casos para predecir la existencia de un lecho estacionario, el cual sí ha sido observado experimentalmente (Doron y Barnea, 1993).

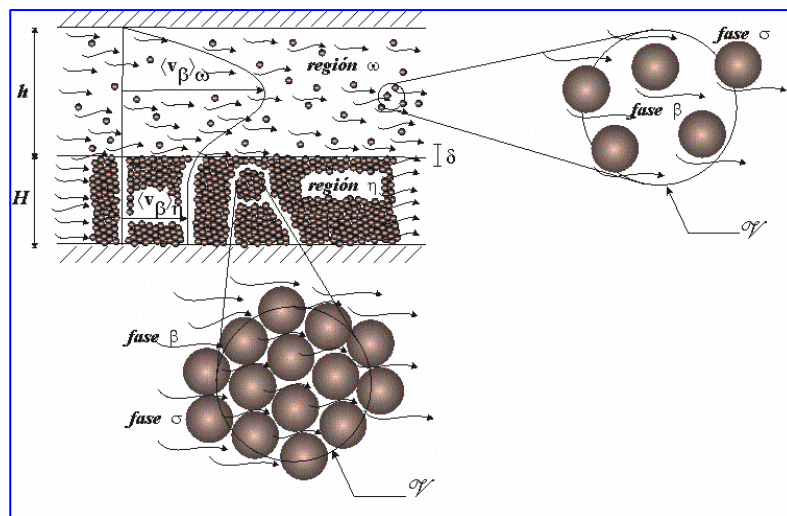


Fig. 1. Modelo conceptual

El modelo conceptual, que se muestra en la Figura 1, consta de dos regiones: la región superior ω y la región inferior η . La región ω es un flujo bifásico disperso sólido-líquido, en la cual la fase sólida σ viaja dispersa en la fase líquida β continua. La región inferior η es una cama de recortes estacionaria, la cual se considera como un medio poroso, donde la fase líquida β fluye a través de los espacios vacíos de la fase sólida σ . La longitud característica de cada región (h, H) es mucho mayor que el tamaño del volumen promedio V , que a su vez es mucho mayor que el tamaño individual de los recortes.

Las diferencias del modelo de dos regiones que se propone en este trabajo con los modelos de dos y tres capas existentes, son que es un modelo matemático riguroso donde se trabajan las fases de manera separada en cada región y para el caso del lecho estacionario esto permite que el líquido pueda viajar a través de los intersticios que forman los sólidos del medio poroso.

3. Metodología

El punto de partida para la obtención del modelo de dos regiones son las ecuaciones de conservación locales e instantáneas en tres dimensiones y régimen transitorio de masa y cantidad de movimiento para cada una de las fases en cada región, así como las condiciones iniciales, de frontera, de frontera interfacial y de salto interfacial de masa y cantidad de movimiento. Dichas ecuaciones y condiciones están dadas por:

i) Para la región ω (Salazar-Mendoza y col., 2004)

$$\nabla \cdot \mathbf{v}_\beta = 0 \quad \text{en la fase } \beta \quad (1)$$

$$\rho_\beta \left[\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{v}_\beta + \nabla \cdot (\mathbf{v}_\beta \mathbf{v}_\beta) \right] = -\nabla p_\beta + \nabla \cdot \mathbf{T}_\beta + \rho_\beta \mathbf{g} \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v}_\sigma = 0 \quad \text{en la fase } \sigma \quad (3)$$

$$\rho_\sigma \left[\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{v}_\sigma + \nabla \cdot (\mathbf{v}_\sigma \mathbf{v}_\sigma) \right] = -\nabla p_\sigma + \nabla \cdot \mathbf{T}_\sigma + \rho_\sigma \mathbf{g} \quad (4)$$

ii) Para la región η (Ochoa-Tapia y Whitaker, 1995)

$$\nabla \cdot \mathbf{v}_\beta = 0 \quad \text{en la fase } \beta \quad (5)$$

$$0 = -\nabla p_\beta + \rho_\beta \mathbf{g} + \mu_\beta \nabla^2 \mathbf{v}_\beta \quad (6)$$

iii) Condiciones de salto interfacial (Ishii, 1975)

$$(\mathbf{v}_k - \mathbf{w}) \cdot \mathbf{n}_{km} = 0 \quad \text{en } A_{km} \quad (7)$$

$$\sum_{\substack{k=\beta,\sigma \\ k \neq m}} (-p_k \mathbf{I} + \mathbf{T}_k) \cdot \mathbf{n}_{km} = 0 \quad \text{en } A_{km} \quad (8)$$

en las cuales ρ , \mathbf{v} , \mathbf{T} son variables locales que representan a las densidades, los vectores de velocidad y el tensor de esfuerzos total (laminar y turbulento), respectivamente; p es la presión, \mathbf{g} es el vector aceleración de la gravedad, \mathbf{w} es el vector de velocidad interfacial, \mathbf{n}_{km} es el vector unitario normal dirigido de la fase k a la fase m , para k y $m = \beta, \sigma$ con $k \neq m$. La presión de la fase sólida, p_σ en la Ec. (4), se debe a efectos cinéticos y de colisión (Huilin y Gidaspow, 2003).

Después de aplicar el método de promediado en volumen a las Ecs. (1) a (6) para derivar de manera rigurosa las ecuaciones de transporte promediadas en volumen para cada una de las regiones, se obtiene que:

i) El modelo de fases para la región ω es (Salazar-Mendoza y col., 2004):

$$\frac{\partial}{\partial t} \varepsilon_\beta + \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \cdot \nabla \varepsilon_\beta + \varepsilon_\beta \nabla \cdot \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta = 0 \quad \text{en la fase } \beta \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \rho_\beta \frac{\partial}{\partial t} (\varepsilon_\beta \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta) + \rho_\beta \nabla \cdot (\varepsilon_\beta \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta) \\ + \rho_\beta \nabla \cdot \langle \tilde{\mathbf{v}}_\beta \tilde{\mathbf{v}}_\beta \rangle + \rho_\beta \nabla \cdot \langle \mathbf{v}_\beta \mathbf{v}_\beta \rangle_{exc} = \\ - \varepsilon_\beta \nabla \langle p_\beta \rangle^\beta + \varepsilon_\beta \nabla \cdot \varepsilon_\beta^{-1} \langle \mathbf{T}_\beta \rangle + \varepsilon_\beta \rho_\beta \mathbf{g} + \mathbf{M}_{\beta\sigma} \end{aligned} \quad (10)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \varepsilon_\sigma + \langle \mathbf{v}_\sigma \rangle^\sigma \cdot \nabla \varepsilon_\sigma + \varepsilon_\sigma \nabla \cdot \langle \mathbf{v}_\sigma \rangle^\sigma = 0 \quad \text{en la fase } \sigma \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \rho_\sigma \frac{\partial}{\partial t} (\varepsilon_\sigma \langle \mathbf{v}_\sigma \rangle^\sigma) + \rho_\sigma \nabla \cdot (\varepsilon_\sigma \langle \mathbf{v}_\sigma \rangle^\sigma \langle \mathbf{v}_\sigma \rangle^\sigma) \\ + \rho_\sigma \nabla \cdot \langle \tilde{\mathbf{v}}_\sigma \tilde{\mathbf{v}}_\sigma \rangle + \rho_\sigma \nabla \cdot \langle \mathbf{v}_\sigma \mathbf{v}_\sigma \rangle_{exc} = \\ - \varepsilon_\sigma \nabla \langle p_\sigma \rangle^\sigma + \varepsilon_\sigma \nabla \cdot \langle \mathbf{T}_\sigma \rangle^\sigma + \varepsilon_\sigma \langle \rho_\sigma \rangle^\sigma \mathbf{g} + \mathbf{M}_{\sigma\beta} \end{aligned} \quad (12)$$

donde el vector $\mathbf{M}_{\beta\sigma}$ se define como:

$$\begin{aligned}\mathbf{M}_{\beta\sigma} &= \frac{1}{V} \int_{A_{\beta\sigma}} \mathbf{n}_{\beta\sigma} \cdot [-\mathbf{I}\tilde{p}_\beta|_{\mathbf{x}+\mathbf{y}} + \tilde{\mathbf{T}}_\beta|_{\mathbf{x}+\mathbf{y}}] dA \\ &+ \frac{1}{V} \int_{A_{\beta\sigma}} \mathbf{n}_{\beta\sigma} \cdot [-\mathbf{I}(\langle p_\beta \rangle^\beta|_{\mathbf{x}+\mathbf{y}} - \langle p_\beta \rangle^\beta|_{\mathbf{x}})] dA \\ &+ \frac{1}{V} \int_{A_{\beta\sigma}} \mathbf{n}_{\beta\sigma} \cdot [(\langle \mathbf{T}_\beta \rangle^\beta|_{\mathbf{x}+\mathbf{y}} - \langle \mathbf{T}_\beta \rangle^\beta|_{\mathbf{x}})] dA\end{aligned}\quad (13)$$

y representa la fuerza interfacial por unidad de volumen aplicada en la fase β . Similarmente, el vector $\mathbf{M}_{\sigma\beta}$ representa la fuerza interfacial por unidad de volumen aplicada en la fase σ .

ii) El modelo promedio para la región η es (Ochoa-Tapia y Whitaker, 1995):

$$\nabla \cdot \langle \mathbf{v}_\beta \rangle = 0 \quad (14)$$

$$0 = -\varepsilon_\beta \nabla \langle p_\beta \rangle^\beta + \varepsilon_\beta \rho_\beta \mathbf{g} + \mu_\beta \nabla^2 \langle \mathbf{v}_\beta \rangle - \mu_\beta \Phi_\beta \quad (15)$$

donde al término viscoso de la Ec. (15) se le conoce como la primera corrección de Brinkman. Además se define que:

$$\mu_\beta \Phi_\beta = -\frac{1}{V_\beta} \int_{A_{\beta\sigma}} \mathbf{n} \cdot [-\mathbf{I}(p_\beta|_{\mathbf{x}+\mathbf{y}} - \langle p_\beta \rangle^\beta|_{\mathbf{x}}) + \mu_\beta (\nabla \mathbf{v}_\beta|_{\mathbf{x}+\mathbf{y}} - \nabla \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta|_{\mathbf{x}})] dA \quad (16)$$

para Φ_β . Whitaker (1986) derivó una expresión especialmente simple para un medio poroso homogéneo y está dada por:

$$\Phi_\beta = \mathbf{K}_\beta^{-1} \cdot \langle \mathbf{v}_\beta \rangle \quad \text{para la región homogénea } \eta \quad (17)$$

donde \mathbf{K}_β representa el tensor de permeabilidad de la Ley de Darcy, y se utiliza la ecuación de Blake-Kozeny (Bird y col., 2002) para expresarse como:

$$K_{zz} = \frac{d_p^2 \varepsilon_\beta^3}{\lambda(1-\varepsilon_\beta)^2} \quad (18)$$

donde $\mathbf{K}_\beta = K_{zz} \mathbf{e}_z \mathbf{e}_z$, d_p es el diámetro de partícula efectivo y λ es una constante obtenida de pruebas de laboratorio. Ochoa y Whitaker (1995) y Whitaker (1996) reportan que $\lambda = 180$ mientras que Bird y col. (2002) reportan que $\lambda = 150$.

En el modelo de fases separadas de la región ω se definieron los *términos de exceso* de una manera similar a la de Ochoa y Whitaker (1997), para evitar imponer restricciones de escala de longitud. Esta forma no-local de las ecuaciones de transporte promediadas en volumen las hace válidas en la frontera interregional ω - η . Fuera de la frontera interregional ω - η , la forma no-local de las ecuaciones de transporte promedio se reducen a las clásicas ecuaciones de transporte promediadas en volumen cuando se imponen las siguientes restricciones de escala de longitud clásicas del método de promediado en volumen (Zanotti y Carbonell, 1984; Carbonell y Whitaker, 1984): $\ell_\sigma, \ell_\beta \ll r_0 \ll h$.

El siguiente paso es obtener un modelo de una ecuación para la región ω , el cual considera al flujo sólido-líquido como un todo y no como dos fases separadas, y evidentemente es más simple que el modelo de fases separadas. Sin embargo para obtenerlo es necesario sumar las Ecs. (9) con (11) y (10) con (12) e introducir el principio de equilibrio hidrodinámico con las siguientes definiciones:

$$\{p\}_\omega = \varepsilon_\sigma \langle p_\sigma \rangle^\sigma + \varepsilon_\beta \langle p_\beta \rangle^\beta \quad (19)$$

$$\{\mathbf{v}\}_\omega = \langle \mathbf{v}_\sigma \rangle^\sigma = \langle \mathbf{v}_\beta \rangle^\beta \quad (20)$$

$$\rho_\omega = \varepsilon_\sigma \langle \rho_\sigma \rangle^\sigma + \varepsilon_\beta \langle \rho_\beta \rangle^\beta \quad (21)$$

$$\{\mathbf{T}\}_\omega = \langle \mathbf{T}_\sigma \rangle + \langle \mathbf{T}_\beta \rangle \quad (22)$$

Con estas consideraciones el modelo de una ecuación para la región ω se puede escribir como:

$$\nabla \cdot \{\mathbf{v}\}_\omega = 0 \quad (23)$$

$$\rho_\omega \left(\frac{\partial}{\partial t} \{\mathbf{v}\}_\omega + \nabla \cdot (\{\mathbf{v}\}_\omega \{\mathbf{v}\}_\omega) \right) = -\nabla \{p\}_\omega + \nabla \cdot \{\mathbf{T}\}_\omega + \rho_\omega \mathbf{g} \quad (24)$$

Se hace notar que los términos de dispersión son cero al aplicar la Ec. (20) en las Ecs. (9) a (12); que las fuerzas interfaciales son iguales y opuestas por lo que se cancelan al sumar las Ecs. (10) y (12) y los términos de exceso son despreciables al imponerse las siguientes restricciones de escala de longitud:

$$l_\sigma = r_o \quad l_\beta = r_o \quad r_o^2 = L^2 \quad (25)$$

Por último, la formulación en tres dimensiones y dependiente del tiempo del modelo de dos regiones para el transporte de recortes de perforación en pozos horizontales, se compone de las Ecs. (26) a (29), y se obtiene al acoplar el modelo de una ecuación para la región ω y el modelo promedio para la región η mediante términos de balance macroscópico de fuerzas de interacción entre regiones y pared (Doron y Barnea, 1993; Doron y col., 1987):

$$\nabla \cdot \{\mathbf{v}\}_\omega = 0 \quad (26)$$

$$\rho_\omega \left(\frac{\partial}{\partial t} \{\mathbf{v}\}_\omega + \nabla \cdot (\{\mathbf{v}\}_\omega \{\mathbf{v}\}_\omega) \right) = -\nabla \{p\}_\omega + \nabla \cdot \{\mathbf{T}\}_\omega + \rho_\omega \mathbf{g} - \left(\frac{\{\mathbf{T}\}_{\omega w} \cdot \mathbf{n}_{\omega w}}{D_{H\omega}} \right) - \left(\frac{\{\mathbf{T}\}_{\omega \eta} \cdot \mathbf{n}_{\omega \eta}}{D_{H\omega \eta}} \right) \quad (27)$$

$$\nabla \cdot \langle \mathbf{v}_\beta \rangle_\eta = 0 \quad (28)$$

$$0 = -\varepsilon_\beta \nabla \langle p_\beta \rangle_\eta^\beta + \varepsilon_\beta \rho_\beta \mathbf{g} + \mu_\beta \nabla^2 \langle \mathbf{v}_\beta \rangle_\eta - \mu_\beta \mathbf{K}_{\beta \eta}^{-1} \cdot \langle \mathbf{v}_\beta \rangle_\eta + \left(\frac{\{\mathbf{T}\}_{\omega \eta} \cdot \mathbf{n}_{\eta \omega}}{D_{H\omega \eta}} \right) \quad (29)$$

donde $\{\mathbf{T}\}_{\omega w}$ es el esfuerzo de pared en la región ω , $\{\mathbf{T}\}_{\omega \eta}$ es el esfuerzo interregional entre las regiones ω y η , $\mathbf{n}_{\omega w} (= -\mathbf{n}_{w\omega})$ es el vector unitario normal dirigido de la región ω a la pared w y $\mathbf{n}_{\eta \omega} (= -\mathbf{n}_{\omega \eta})$ es el vector unitario normal dirigido de la región η a la región ω , como se ilustra en la Figura 2; $D_{H\omega}$ es el diámetro hidráulico de la región ω y $D_{H\omega \eta}$ es el diámetro hidráulico interregional.

El conjunto de Ecs. (26) a (29) se complementa con la siguiente condición de frontera interregional, la cual es:

$$\text{C.F.1} \quad \{p\}_\omega = \langle p_\beta \rangle_\eta^\beta, \quad \text{en} \quad A_{\omega \eta} \quad (30)$$

Por otra parte, se debe hacer notar que en la frontera interregional $\omega-\eta$, las fracciones de volumen de líquido y recortes, ε_β y ε_σ respectivamente, presentan cambios significativos en una distancia igual al radio del volumen promedio r_o , como se ilustra en la Figura 3. En esta figura, δ representa el espesor de la frontera interregional $\omega-\eta$ donde existen cambios rápidos en ε_β y ε_σ . También en la frontera interregional $\omega-\eta$,

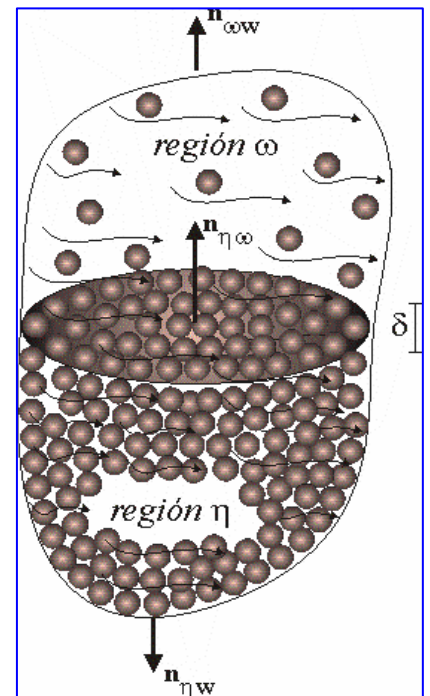


Fig. 2. Vectores unitarios

la Figura 4 muestra la continuidad de los vectores de velocidad de cada región. Por lo que en futuros desarrollos nos enfocaremos en encontrar las condiciones de salto interregional entre las regiones ω y η para el transporte de recortes de perforación.

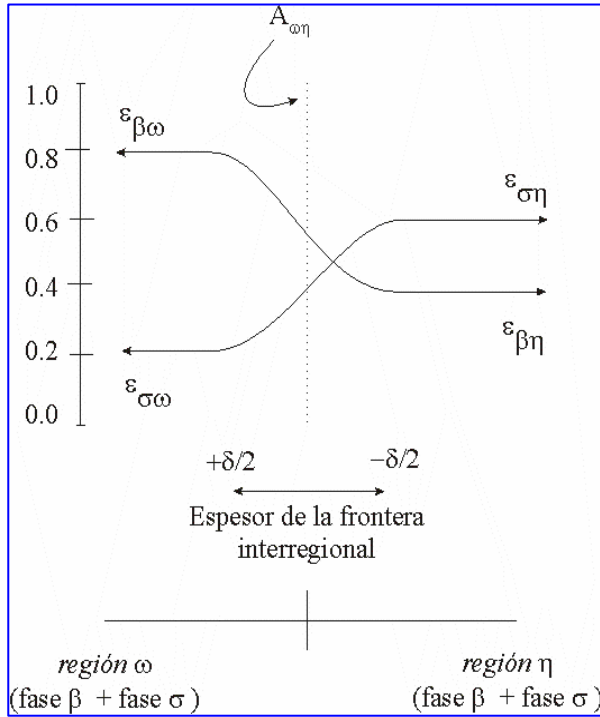


Fig. 3. Variación de la fracción de volumen en la vecindad de la zona no-homogénea.

La formulación unidimensional y dependiente del tiempo del modelo de dos regiones para el transporte de recortes de perforación, que es la que se resuelve numéricamente en este trabajo, se obtiene al realizar el producto punto de los vectores de las Ecs. (26) a (29) con el vector unitario e_z en la dirección de la coordenada axial z de un sistema de coordenadas cilíndricas y suponer flujo incompresible:

$$\frac{d}{dz} \{v_z\}_\omega = 0 \quad (31)$$

$$\rho_\omega \frac{\partial}{\partial t} \{v_z\}_\omega + \frac{d}{dz} \{p_z\}_\omega = -\frac{\{\tau_{zz}\}_{\omega\omega}}{D_{H\omega}} - \frac{\{\tau_{zz}\}_{\omega\eta}}{D_{H\omega\eta}} \quad (32)$$

$$\frac{d}{dz} \langle v_{\beta z} \rangle_\eta = 0 \quad (33)$$

$$\frac{d}{dz} \varepsilon_\beta \langle p_{\beta z} \rangle_\eta^\beta = -\mu_\beta K_{\beta\eta z z}^{-1} \langle v_{\beta z} \rangle_\eta + \frac{\{\tau_{zz}\}_{\omega\eta}}{D_{H\omega\eta}} \quad (34)$$

donde los esfuerzos de pared e interregional se expresan como:

$$\{\tau_{zz}\}_{\omega\omega} = \frac{1}{2} f_\omega \rho_\omega (\{v_z\}_\omega)^2 \text{ y}$$

$$\{\tau_{zz}\}_{\omega\eta} = \frac{1}{2} f_{\omega\eta} \rho_\omega (\{v_z\}_\omega - \langle v_{\beta z} \rangle_\eta)^2 \quad (35)$$

y los factores de fricción se evalúan de

$$f_\omega = \alpha \text{Re}_\omega^{-\gamma} \quad (36)$$

y de la fórmula modificada de Colebrook (Televantos y col., 1979)

$$\frac{1}{\sqrt{2f_{\omega\eta}}} = -0.86 \ln \left(\frac{\frac{d_p}{D_{H\omega}}}{3.7} + \frac{2.51}{\text{Re}_\omega \sqrt{2f_{\omega\eta}}} \right) \quad (37)$$

donde los coeficientes para flujo turbulento son: $\alpha = 0.046$; $\gamma = 0.2$ y para flujo laminar son: $\alpha = 16$; $\gamma = 1$.

Nótese sin embargo que en la configuración de flujo que se muestra en la Figura 1, para la región superior no se presenta el flujo laminar.

El número de Reynolds se define como:

$$\text{Re}_\omega = \frac{\rho_\omega \{v_z\}_\omega D_{H\omega}}{\mu_\omega} \quad (38)$$

donde la densidad es:

$$\rho_\omega = \varepsilon_{\sigma\omega} \rho_{\sigma\omega} + \varepsilon_{\beta\omega} \rho_{\beta\omega} \quad (39)$$

y la viscosidad de la mezcla en la región superior es calculada de acuerdo con Ishii y Mishima (1984)

$$\mu_{\omega} = \mu_{\beta\omega} \left(1 - \frac{\varepsilon_{\sigma\omega}}{0.65}\right)^{-1.625} \quad (40)$$

La fracción de volumen de recortes total es:

$$\varepsilon_{\sigma} = 1 - \varepsilon_{\beta} = \varepsilon_{\sigma\omega} + \varepsilon_{\sigma\eta} \quad (41)$$

mientras que la fracción de volumen de líquido total es:

$$\varepsilon_{\beta} = 1 - \varepsilon_{\sigma} = \varepsilon_{\beta\omega} + \varepsilon_{\beta\eta} \quad (42)$$

Es común encontrar la suposición de que, para un flujo bifásico con lecho estacionario, en la región inferior las partículas son esféricas y se acomodan en un empaque cúbico, por lo que el máximo empaquetamiento es $\varepsilon_{\sigma\eta} = 0.52$. Sin embargo, en este trabajo se introduce la definición de esfericidad de partículas con un valor de 0.8, lo que permite asumir que la fracción de volumen de recortes máxima en la región inferior $\varepsilon_{\sigma\eta}$ es constante e igual a 0.65. Esto también se utilizó en la fórmula de la Ec. (40), para calcular la viscosidad de la mezcla en la región superior.

Otra suposición común es que la fracción de volumen de recortes en la región superior $\varepsilon_{\sigma\omega}$ es igual a la fracción de volumen de recortes total. Sin embargo, como se observa en la Figura 5, ésta es función de la fracción de volumen de recortes total del empaquetamiento máximo en la región inferior y de la relación H/D . En este trabajo se expresa como sigue:

$$\varepsilon_{\sigma\omega} = (\varepsilon_{\sigma} A + \varepsilon_{\sigma\eta} A_{\eta}) / A_{\omega} \quad (43)$$

El diámetro hidráulico de la región superior es:

$$D_{H\omega} = \frac{4A_{\omega}}{S_{\omega} + S_{\omega\eta}} \quad (44)$$

y el diámetro hidráulico interregional es:

$$D_{H\omega\eta} = \frac{4A_{\omega}}{S_{\omega\eta}} \text{ para la región } \omega \text{ y } D_{H\omega\eta} = \frac{4A_{\eta}}{S_{\omega\eta}} \text{ para la región } \eta \quad (45)$$

La forma discretizada de las Ecs. (31) a (34) se puede escribir de manera matricial como

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{X} = \mathbf{B} \quad (46)$$

donde

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{\Delta t} & \frac{1}{\rho_{\omega}\Delta z} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (47)$$

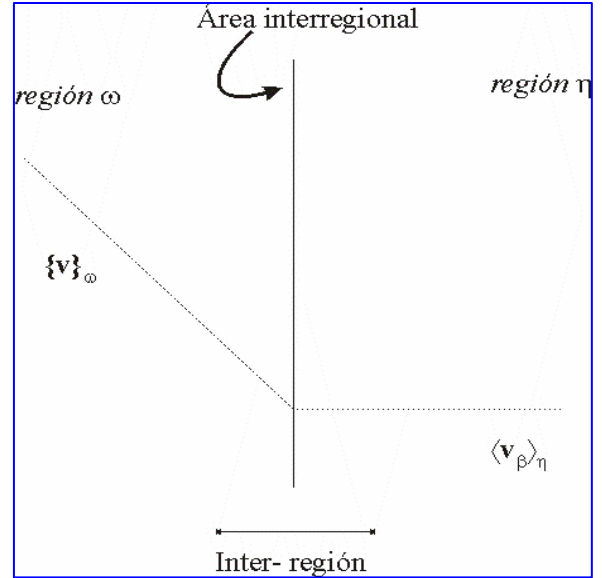


Fig. 4. Continuidad de la velocidad promedio especial global.

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \{v_z\}_{\omega i}^{t+\Delta t} \\ \{p_z\}_{\omega i}^{t+\Delta t} \\ \langle v_{\beta z} \rangle_{\eta i}^{t+\Delta t} \\ \langle p_{\beta z} \rangle_{\eta i}^{t+\Delta t} \end{bmatrix} \quad (48)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \{v_z\}_{\omega i-1}^{t+\Delta t} \\ \frac{\{v_z\}_{\omega i}^t}{\Delta t} + \frac{\{p_z\}_{\omega i-1}^{t+\Delta t}}{\rho_\omega \Delta z} - \frac{f_\omega \rho_\omega (\{v_z\}_{\omega i}^t)^2}{2\rho_\omega D_{H\omega}} - \frac{f_{\omega\eta} \rho_\omega (\{v_z\}_{\omega i}^t - \langle v_{\beta z} \rangle_{\eta i}^t)^2}{2\rho_\omega D_{H\omega\eta}} \\ \langle v_{\beta z} \rangle_{\eta i-1}^{t+\Delta t} \\ \langle p_{\beta z} \rangle_{\eta i-1}^{t+\Delta t} - \mu_\beta K_{\beta\eta zz}^{-1} \langle v_{\beta z} \rangle_{\eta i}^t \Delta z + \frac{f_{\omega\eta} \rho_\omega (\{v_z\}_{\omega i}^t - \langle v_{\beta z} \rangle_{\eta i}^t)^2 \Delta z}{2D_{H\eta\omega}} \end{bmatrix} \quad (49)$$

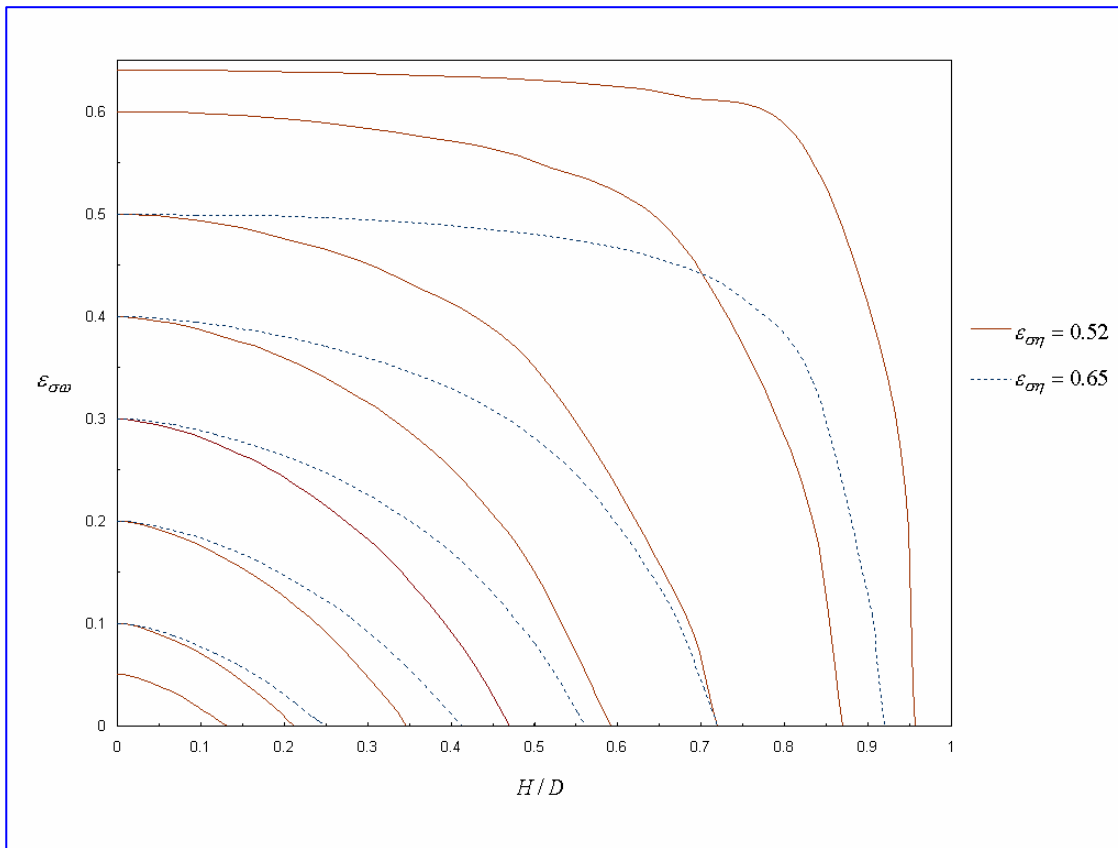


Fig. 5. Comportamiento de la fracción de volumen de recortes en la región superior como función de la fracción de volumen de recortes total, del empaquetamiento máximo en la región inferior y la relación H/D.

Utilizando algunas condiciones de operación y las propiedades físicas de las dos fases, el sistema de Ecs. (47) a (49) se resuelve para obtener los perfiles de presión y velocidad en cada una de las regiones como función de la posición y el tiempo.

También se calculan los parámetros geométricos como lo son: el área total, $A = \pi r_a^2$, donde r_a es el radio de la tubería, el perímetro mojado total, $S = 2\pi r_a$, y el diámetro hidráulico total, $D_H = 2r_a$. Para ángulos

$0 \leq \theta \leq 90^\circ$ donde θ es el ángulo de contacto del lecho estacionario con la tubería de acuerdo a la Figura 6, el área de la región superior es $A_\omega = A - A_\eta$, el área de la región inferior es $A_\eta = r_a^2(\theta - \text{sen}\theta \cos\theta)$, el perímetro mojado de la región superior es $S_\omega = S - S_\eta$, el perímetro mojado de la región inferior es $S_\eta = 2r_a\theta$, el perímetro mojado interregional es $S_{\omega\eta} = 2r_a \text{sen}\theta$ y la altura de la región inferior es $H = r_a(1 - \cos\theta)$. Para ángulos $90^\circ < \alpha \leq 180^\circ$, el área de la región inferior es $A_\eta = A - A_\omega$, el área de la región superior es $A_\omega = r_a^2(\alpha - \text{sen}\alpha \cos\alpha)$, el perímetro mojado de la región inferior es $S_\eta = S - S_\omega$, el perímetro mojado de la región superior es $S_\omega = 2r_a\alpha$, el perímetro mojado interregional es $S_{\omega\eta} = 2r_a \text{sen}\alpha$, la altura de la región superior es $h = r_a(1 - \cos\alpha)$ y la altura de la región inferior es $H = 2r_a - h$.

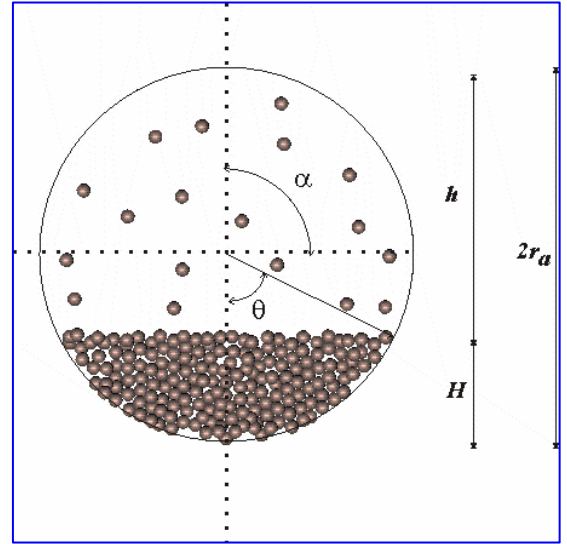


Fig. 6. Ángulos de contacto en el modelo de dos regiones.

El gradiente de presión adimensional en estado estable $(\nabla P)^*$ (expresado en términos de metros de agua por metro de longitud de tubería, m/m) se calcula así:

$$(\nabla P)^* = \frac{(P_{ent} - (P_{\omega sal}A_\omega + P_{\eta sal}A_\eta))}{\rho_{agua}g_r L A} \quad (50)$$

donde P_{ent} es la presión de entrada, $P_{\omega sal}$ es la presión de salida en la región superior, $P_{\eta sal}$ es la presión de salida en la región inferior, ρ_{agua} es la densidad del agua, g_r es la aceleración de la gravedad en la dirección radial y L es la longitud de la tubería.

4. Resultados y discusión

La principal característica del modelo de dos regiones es que predice el comportamiento del flujo bifásico sólido líquido con un lecho estacionario. La Figura 7 muestra el comportamiento del gradiente de presión adimensional en estado estable $(\nabla P)^*$ como función de la velocidad de mezcla V , la fracción de volumen de recortes total $FVRT = \varepsilon_\sigma$ y la relación entre la altura del lecho estacionario y el diámetro de la tubería H/D . Las líneas continuas representan los resultados teóricos obtenidos en el presente trabajo, los signos +, \diamond , Δ , \times representan los puntos de datos experimentales medidos por Doron y Barnea (1993) y el signo * representa los puntos de datos experimentales medidos por Doron y col. (1987).

En la Figura 7 se observa que para gastos de flujo de mezcla bajos los datos experimentales medidos muestran el perfil de una catenaria, sin embargo los puntos no corresponden a una misma altura de lecho estacionario, de acuerdo a lo calculado con el modelo de dos regiones. Este es un resultado importante para el entendimiento del fenómeno a bajas velocidades, porque para fracciones de volumen de recortes total constantes, por ejemplo $FVRT = 0.042$, se tiene que conforme se aumenta el gasto de flujo de mezcla la altura del lecho estacionario disminuye. Si se pudiera experimentalmente mantener constante la altura del lecho estacionario, se llegaría a la velocidad límite calculada con el modelo de dos regiones donde el patrón

de flujo con depósito estacionario dejaría de existir, y de acuerdo a trabajos previos este cambiaría a un patrón de flujo con lecho móvil.

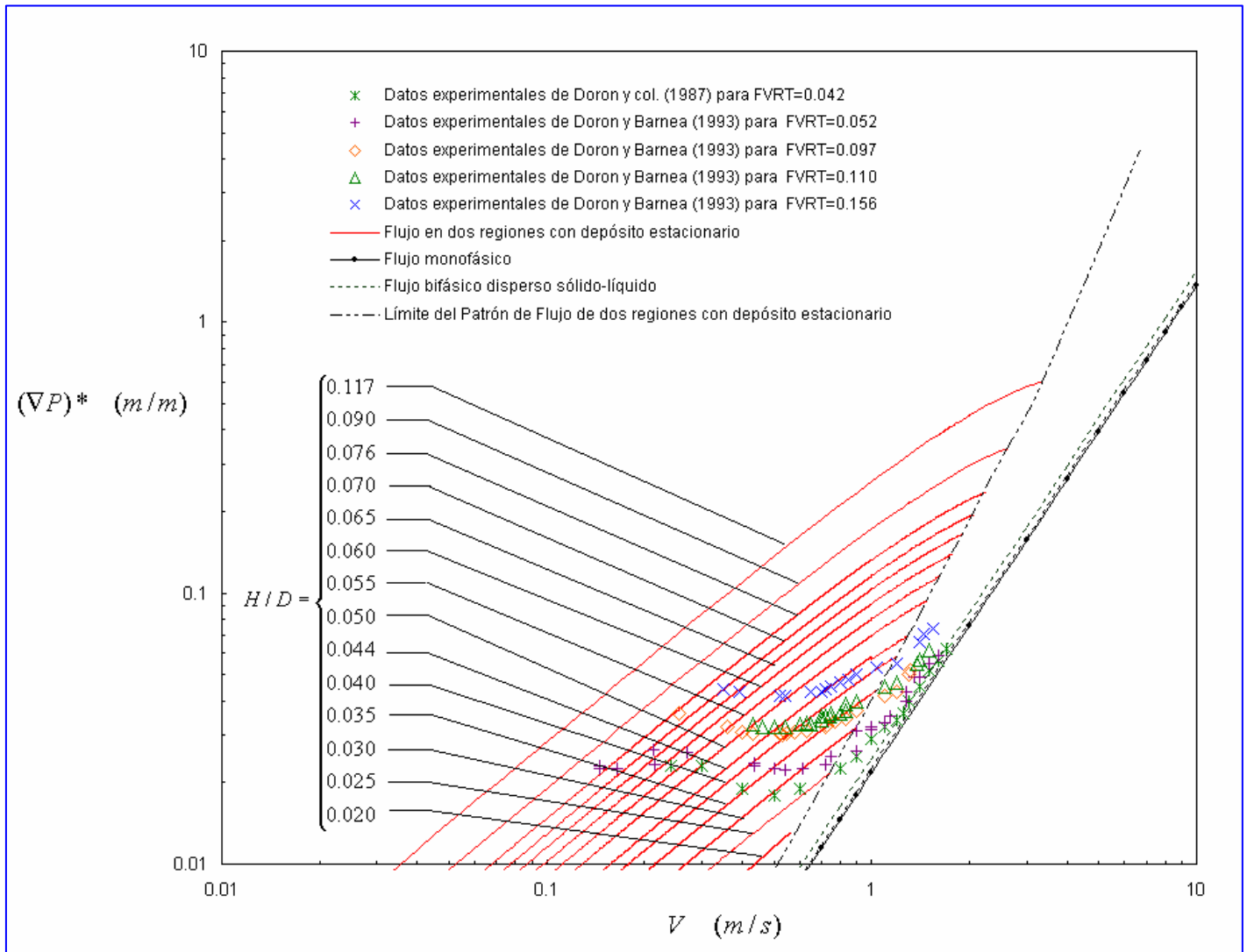


Fig. 7. Comportamiento del gradiente de presión adimensional de un flujo sólido-líquido horizontal con un lecho estacionario como función de la velocidad de mezcla; la fracción de volumen de recortes total y la relación H/D .

5. Conclusiones

Se obtuvo un modelo matemático unidimensional y dependiente del tiempo de dos regiones para el transporte de recortes en pozos horizontales, Ecs. (31) a (34), a partir de la derivación teórica de los modelos promedio para cada una de las regiones, que satisfacen las restricciones de escala de longitud clásicas del método de promediado en volumen (Zanotti y Carbonell, 1984; Carbonell y Whitaker, 1984). El propósito del modelo es predecir el comportamiento del gradiente de presión como función de la velocidad de mezcla, la fracción de volumen de recortes total y la relación de la altura del lecho estacionario y del diámetro de la tubería, los cuales representan los parámetros principales que participan en el mecanismo de transporte de recortes durante la perforación horizontal.

Agradecimientos

Se agradecen las Becas-Crédito para el desarrollo de este trabajo (Conacyt-67148; SEP-G93027; IMP-13934). También se agradece a la Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa y al Instituto de Investigaciones Eléctricas el apoyo para el desarrollo y publicación de este trabajo.

Referencias

- Babcock, H.A. (1971). Heterogeneous flow of heterogeneous solids. In: *Advances in Solid Liquid Flow in Pipes and its Applications* (Edited by Zandi, I.), pp. 125-148, Pergamon Press, Oxford.
- Bird, R.B., W.E. Stewart, and E.N. Lightfoot (2002). *Transport Phenomena*, Second Edition, John Wiley & Sons, Inc., New York.
- Carbonell, R.G. and S. Whitaker, (1984). Heat and mass transport in porous media, In: *Mechanics of Fluids in Porous Media*, Edited by: J. Bear and M. Y. Corapcioglu, Martinus Nijhoff, Bruselas. Bélgica.
- Carleton, A.J., R.J. French, J.G. James, B.A. Broad, and M. Streat (1978). Hydraulic transport of large particles using conventional and high concentration conveying. *Proc. 5th International Conference on the Hydraulic Transport of Solids in Pipes*, Hanover, Paper D2, pp. 15-28.
- Chhabra, R.P. and J.F. Richardson (1983). Hydraulic transport of coarse gravel particles in a smooth horizontal pipe. *Chem. Eng. Res. Des.*, **61**, pp. 313-317.
- Cho, H., S.N. Shah, and S.O. Osisanya. (2000). A three-layer model for cuttings transport with coiled tubing horizontal drilling. SPE Paper 63269, *SPE Annual Technical Conference and Exhibition*, Dallas, TX, October 1-4.
- Doron, P. and D. Barnea (1993). A three-layer model for solid-liquid flow in horizontal pipes, *Int. J. Multiphase Flow*, **19** (6), pp. 1029-1043.
- Doron, P. and D. Barnea (1995). Pressure drop and limit deposit velocity for solid-liquid flow in pipes. *Chem. Eng. Sci.*, **50** (10), pp. 1595-1604.
- Doron, P., D. Granica, and D. Barnea (1987). Slurry flow in horizontal pipes - Experimental and modeling results. *Int. J. Multiphase Flow*, **13** (4), pp. 535-547.
- Doron, P., M. Simkhis, and D. Barnea (1997). Flow of solid-liquid mixtures in inclined pipes. *Int. J. Multiphase Flow*, **23** (2), pp. 313-323.
- Durand, R. (1953). Basic relationships of the transportation of solids in pipes – Experimental research. *Proc. 5th International Hydraulics Convention*, Minneapolis, Minn., pp. 89-103.
- Espinosa-Paredes, G., O. Cazarez-Candia, A. García-Gutiérrez, and J. Martínez-Méndez (2002). Void propagation in a bubbly two-phase flow with expansion effects. *Annals of Nuclear Energy*, **29**, pp. 1261-1298.
- Gillies, R.G., C.A. Shook, and K.C. Wilson (1991). An improved two layer model for horizontal slurry pipeline flow. *Can. J. Chem. Eng.*, **69**, pp. 173-178.

- Huilin, L. and D. Gidaspow (2003). Hydrodynamics of binary fluidization in a riser: CFD simulation using two granular temperatures. *Chem. Eng. Sci.*, **58**, pp. 3777-3792.
- Ishii, M. (1975). *Thermo-Fluid dynamic theory of two phase flow*. Ed. Eyrolles, París, Francia.
- Ishii, M. and K. Mishima (1984). Two-fluid model and hydrodynamic constitutive relations. *Nuclear Engineering and Design*, **82**, pp. 107-126.
- Kunii, D. and O. Levenspiel (1991). *Fluidization Engineering*, Second Edition. Butterworth-Heinemann Reed Publishing, Boston, Mass., USA.
- Newitt, D.M., J.F. Richardson, M. Abbott, and R.B. Turtle (1955). Hydraulic conveying of solids in horizontal pipes. *Trans. Instn Chem. Eng.*, **33**, pp. 93-113.
- Noda, K., H. Takahashi, and T. Kawashima (1984). Relation between behavior of particles and pressure loss in horizontal pipes. *Proc. 9th International Conference on the Hydraulic Transport of Solids in Pipes*, Rome, Paper D4, pp. 191-205.
- Ochoa-Tapia, J.A. and S. Whitaker (1995). Momentum transfer at the boundary between a porous medium and a homogeneous fluid I: Theoretical developments. *Int. J. Heat Mass Trans.*, **38**, pp. 2635-2646.
- Ochoa-Tapia, J.A. and S. Whitaker (1997). Heat transfer at the boundary between a porous medium and homogeneous fluid. *Int. J. Heat Mass Trans.*, **40**, pp. 2691-2707.
- Ramadan, A., P. Skalle, S.T. Johansen, J. Svein, and A. Saasen (2001). Mechanistic model for cuttings removal from solid beds in inclined channels. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, **30**, pp. 129-141.
- Salazar-Mendoza, R., G. Espinosa-Paredes, A. García, O. Cazarez-Candia, A. Díaz, and A. Vázquez (2004). Averaging Model for Cuttings Transport in Horizontal Drilling, *Geothermal Resources Council Transactions* 28, August 29-September 1, Indian Wells, CA., U.S.A., pp. 169-175.
- Santana, M., A.L. Martins, and A. Sales (1998). Advances in the modeling of the stratified flow of drilling cuttings in high angle and horizontal wells. *SPE International Petroleum Conference and Exhibition*, Villahermosa, Tabasco, México, SPE Paper 39890.
- Televantos, Y., C. Shook, A. Carleton, and M. Streat (1979). Flow of slurries of coarse particles at high solids concentrations. *Can. J. Chem. Eng.*, **57**, pp. 255-262.
- Turian, R.M. and T.F. Yuan (1977). Flow of slurries in pipelines. *AIChE J.*, **23**, pp. 232-243.
- Wallis, G.B. (1969). *One-Dimensional Two-Phase Flow*. McGraw-Hill, Inc., New York.
- Whitaker, S. (1986). Flow in porous media I: A theoretical derivation of Darcy's law. *Transport in Porous Media*, **1**, pp. 3-25.
- Whitaker, S. (1996). The Forchheimer Equation: A theoretical development. *Transport in Porous Media*, **25**, pp. 27-61.

- Whitaker, S. (1999). *The Method of Volume Averaging*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, the Netherlands.
- Wilson, K.C. (1976). A unified physically-based analysis of solid-liquid pipeline flow. *Proc. 4th International Conference on the Hydraulic Transport of Solids in Pipes*, Banff, Alberta, Paper A1, pp. 1-16.
- Wilson, K.C. (1988). Evaluation of interfacial friction for pipeline transport models. *Proc. 11th Conference on the Hydraulic Transport of Solids in Pipes*, BHRA Fluid Engineering, Cranfield, U.K., pp. 107-116.
- Zandi, I. and G. Govatos (1967). Heterogeneous flow of solid in pipelines. *Proc. ASCE, J. Hydraul. Div.*, **93** (HY3), pp. 145-159.
- Zanotti, F. and R.G. Carbonell (1984). Development of transport equations for multiphase systems I: Generalized development for two-phase systems. *Chem. Eng. Sci.*, **39**, pp. 263-278.