

## ANÁLISIS MULTITEMPORAL Y MULTIFRACTAL DE LA DEGLACIACIÓN DE LA CORDILLERA PARÓN EN LOS ANDES DE PERÚ

### MULTITEMPORAL AND MULTIFRACTAL ANALYSIS OF THE PARON RANGE DEGLACIATION IN THE ANDES OF PERÚ

Gilberto Medina<sup>1</sup> y Abel Mejía<sup>2</sup>

#### Resumen

La pérdida del volumen glaciar de los nevados tropicales de nuestro país puede ser considerada como un indicador del cambio climático a nivel global. Según afirma Urrutia & Vuille (2009) para el año 2050, todos los glaciares ubicados por debajo de los 5 500 msnm desaparecerían. Una de las técnicas científicas empleadas para describir el sistema poroso del suelo (Montero, 2003) y para analizar las concentraciones de ulexite en minas de sal (Posadas *et al.*, 2005), es el uso de multifractales, que ha sido escasamente aplicado al sistema glaciar. El objetivo de este trabajo es cuantificar el volumen glaciar de la Cordillera Parón en los últimos 24 años empleando tanto técnicas multifractales como el Sistema de Información Geográfica para determinar en qué medida los eventos El Niño y La Niña influyen en su desglaciación. Para diferenciar la masa glaciar de otros elementos como nubes, agua, etc., en las imágenes seleccionadas, se utilizó el NDSI o índice de nieve y también el ratio imagen 4/5 en las imágenes binarizadas. La superficie glaciar de la Cordillera Parón se ha reducido en 18% en los últimos 24 años (Bates *et al.*, 2008).

**Palabras clave:** multifractales, dimensión fractal, NDSI, ratio imagen 4/5, box counting, análisis multitemporal.

#### Abstract

The loss of glacier volume in the tropical glaciers in our country can be regarded as an indicator of global climate change. According to Urrutia & Vuille (2009), all glaciers below 5 500 meters could disappear by the year 2050. One of the scientific techniques used to describe soil pores' system (Montero, 2003) and ulexite concentrations in a salt mine (Posadas *et al.*, 2005) is the use of multifractals, which has been poorly applied in glacier's systems. The focus of this study was to quantify the glacier volume at Parón Range during the last 24 years using multifractal techniques and geographic system information in order to determine to what extent the El Niño and La Niña events influence its deglaciation. To differentiate the glacier mass from other elements such as clouds, water, etc., in the selected images the NDSI or snow index was used as well as the image ratio of 4/5 in the binarized images. The glacier surface at Parón Range has suffered a reduction of 18% in the last 24 years.

**Key words:** multifractals, fractal dimension, NDSI, ratio image 4/5, box counting, multitemporal analysis.

#### Introducción.

Los glaciares andinos son de interés para los científicos, dado que constituyen importantes indicadores del cambio climático, los cuales juegan un importante rol en el manejo del recurso hídrico, actúan como reguladores del régimen hidrológico en casi toda la región andina, y pueden ser directa o indirectamente, causa de catástrofes (PNUMA, 2007).

Una de las técnicas disponibles para estudiar elementos que crecen y decrecen en el tiempo, como las nubes, glaciares, etc., es el uso de la técnica multifractal, que ha sido utilizada por Posadas *et al.* (2005) como estadística estocástica para analizar

concentraciones de ulexite en una mina de sal, a tajo abierto, en Bolivia.

El concepto de multifractales contempla un número infinito de dimensiones fractales; un proceso multifractal se caracteriza por estudiar eventos extremos y más o menos aislados (Posadas *et al.*, 2002).

A pesar de las ventajas conceptuales y de mayor flexibilidad en el análisis, el concepto multifractal no ha sido aplicado masivamente, posiblemente la complejidad de los parámetros multifractales constituye un impedimento para la interpretación de los resultados (Posadas *et al.*, 2003).

En el presente trabajo se utilizaron imágenes satelitales del tipo Landsat de cada año, desde 1987 al 2011, con resolución de 30 metros por píxel, y el método aplicado fue el de box counting, o método de la caja de contar, empleado para cuantificar los píxeles de la superficie glaciar y hallar posteriormente su volumen; asimismo se usó el Índice de Diferencia de Nieve Normalizada (NDSI) y el ratio imagen o relación de bandas 4/5 para delimitar la superficie glaciar y diferenciar el hielo de otros elementos como nubes. A partir de la superficie obtenida, se estimó el volumen glaciar medio de la Cordillera Parón con la fórmula de Klein & Isacks (1998).

Las imágenes satelitales escogidas fueron las del periodo de escasa precipitación y que no presentaban nubes sobre la superficie glaciar o en una mínima proporción que no representaban un problema para su digitalización.

El propósito de este artículo es presentar las bases del método multifractal y efectuar una aplicación de esta teoría para cuantificar el volumen y otros parámetros multifractales de los glaciares de la Cordillera Parón ante los eventos El Niño y La Niña.

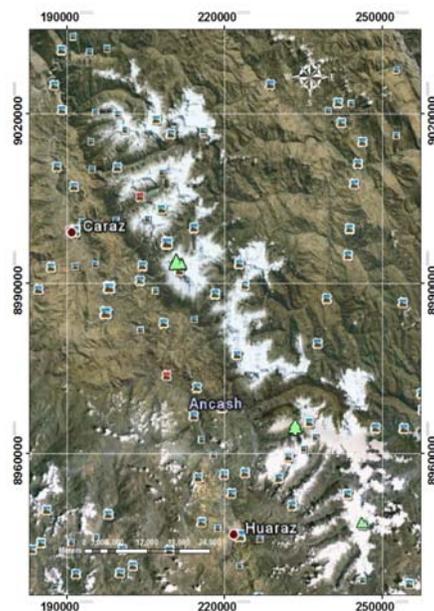
### Materiales.

#### Área de estudio.

El área de estudio abarca los glaciares de la Cordillera Parón (Artesonraju, Pirámide, Huandoy, Broggi, etc.), glaciares que circundan y abastecen a la laguna Parón, ubicada en la Cordillera Blanca de Perú, cerca a la ciudad de Caraz, y muy próxima al Huascarán (Figura 1).

La Cordillera Parón es una de las más elevadas de la Cordillera Blanca, dada su vecindad al glaciar más alto del Perú: El Huascarán (6 768 msnm). Sus coordenadas geográficas se hallan entre  $-8^{\circ}55'57''$  a  $-9^{\circ}3'43''$  de Latitud Sur, y Longitud Oeste entre  $-77^{\circ}43'23''$  a  $-77^{\circ}33'34''$ . La Cordillera Blanca se ubica en la parte central y occidental del Perú, se extiende casi 180 kilómetros de norte a sur, tiene en total 663 glaciares, 269 lagunas y 41 ríos que son muy importantes para la hidroeléctrica del Cañón del Pato.

La ciudad de Caraz está tan solo a 20.25 km de



**Figura 1.** Posición geográfica de la Cordillera Parón dentro de la Cordillera Blanca Fuente: elaboración propia.

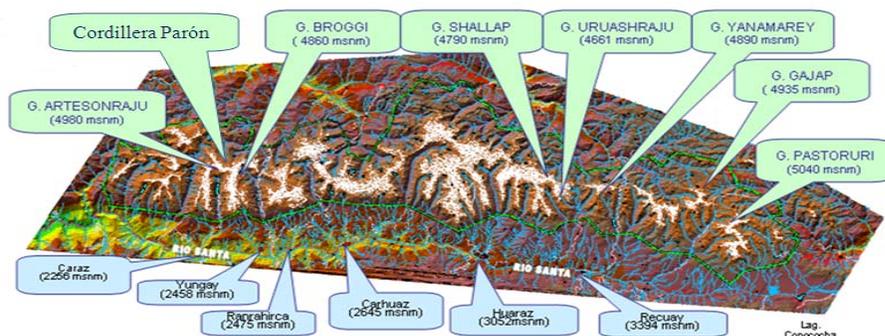
distancia de la Cordillera Parón; esta maqueta elaborada por la UGRH (Unidad de Glaciología y Recursos Hídricos) se hizo a escala 1/100000 (Figura 2).

### Materiales.

*Imágenes satelitales.*- se usaron imágenes correspondientes al Mapeador Temático Landsat TM5, éste tiene 7 bandas, cada una capta una determinada longitud de onda, la resolución es de 30 metros por píxel; las imágenes Landsat son multiespectrales.

Se utilizaron imágenes de cada año desde 1987 al 2011 obtenidas del INPE (Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais de Brasil) en la dirección <http://www.inpe.br/>.

Se eligieron imágenes del periodo seco o de escasa precipitación, y para diferenciar el agua o la nieve del hielo glaciar, se empleó el ratio imagen 4/5.



**Figura 2.** Ciudad de Caraz aledaña a la Cordillera Parón. Fuente: Unidad de Glaciología y Recursos Hídricos de la Autoridad Nacional del Agua. Escala: 1/100000.

**Tabla 1.** Fuente de las imágenes de satélite Landsat TM5

Cordillera Parón					
Ruta	Fuente	Fecha	Ruta	Fuente	Fecha
8-66	INPE-Brasil	31/05/1987	8-66	INPE-Brasil	21/07/2000
8-66	INPE-Brasil	06/09/1988	8-66	INPE-Brasil	05/05/2001
8-66	INPE-Brasil	24/08/1989	8-66	INPE-Brasil	01/08/2002
8-66	INPE-Brasil	10/07/1990	8-66	INPE-Brasil	14/07/2003
8-66	INPE-Brasil	15/09/1991	8-66	INPE-Brasil	29/05/2004
8-66	INPE-Brasil	12/05/1992	8-66	INPE-Brasil	03/07/2005
8-66	INPE-Brasil	31/05/1993	8-66	INPE-Brasil	06/07/2006
8-66	INPE-Brasil	18/05/1994	8-66	INPE-Brasil	25/07/2007
8-66	INPE-Brasil	09/08/1995	8-66	INPE-Brasil	24/05/2008
8-66	INPE-Brasil	11/08/1996	8-66	INPE-Brasil	30/07/2009
8-66	INPE-Brasil	30/08/1997	8-66	INPE-Brasil	14/05/2010
8-66	INPE-Brasil	02/09/1998	8-66	INPE-Brasil	17/05/2011
8-66	INPE-Brasil	20/08/1999			

Como se aprecia en la Tabla 1, se utilizaron imágenes correspondientes a la estación seca (mayo-septiembre), momento en que el manto nival se encuentra en su mínimo anual, por tanto las imágenes escogidas no presentan problemas de precipitación que afecte el volumen glaciar, aún así se utilizó el ratio imagen 4/5.

Las imágenes satelitales que se descargan de la página web, citadas anteriormente, vienen en 7 bandas o capas. En la Figura 3 se muestran 3 de ellas.

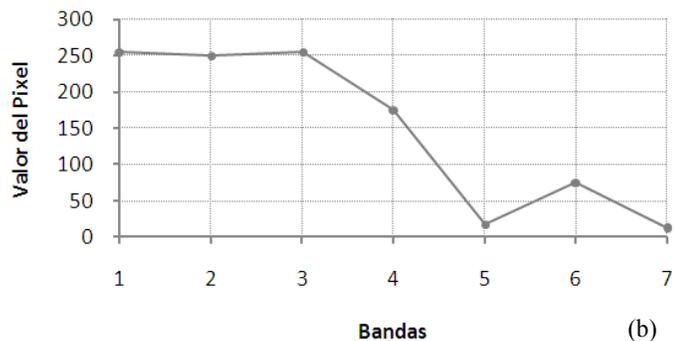
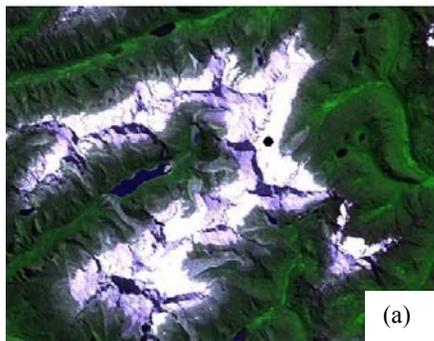
La Figura 3, muestra que las bandas 2 y 4 tienen valores de reflectancia parecida (la superficie glaciar tiene apariencia blanquesina), pero la banda 5 presenta mucha diferencia con las anteriores. Esto se puede corroborar con el perfil espectral hallado con el programa Erdas como se observa en la Figura 4.

En la Figura 4 (a), se muestra el glaciar y un punto negro donde se tomó el perfil espectral que se muestra en la Figura 4 (b).

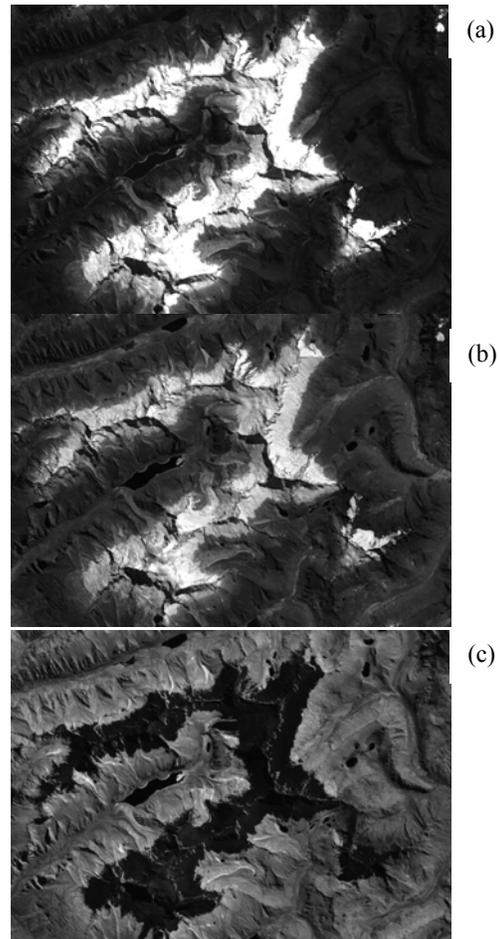
Como se puede apreciar en la Figura 4 (b), las bandas 1 y 3 presentan mayor reflectancia (valor de pixel) y las bandas 5 y 7 tienen bajo valor de reflectancia.

#### *Eventos el Niño y la Niña en el tiempo*

La Tabla 2 muestra la ocurrencia de los fenómenos El Niño (ENSO) y La Niña hasta el año 2010, apreciándose que los eventos El Niño y La Niña son casi periódicos.



**Figura 4.** (a) Imagen combinada RGB 547 del 2011 de la Cordillera Parón, y (b) perfil espectral en un punto del glaciar.



**Figura 3.** (a) banda 2, (b) banda 4 y (c) banda 5, respectivamente, de la Cordillera Parón del año 2011.

Los Niños más fuertes fueron los de 1982, 1991 y 1997, mientras que La Niña más fuertes fueron los de 1988, 2007 y 2010.

#### *Ecuaciones multifractales*

La probabilidad  $P$  para sistemas no uniformes o heterogéneos se expresa como:

**Tabla 2.** Lista consensuada de El Niño y La Niña. Fuente: Jan Null, CCM disponible en <http://ggweather.com/enso/oni.htm>.

Invierno	WRCC	CDC	CPC	MEI	Consenso
1980-81					
1981-82					
1982-83	W+	W	W+	W+	El Niño fuerte
1983-84			C-		
1984-85			C-	C-	
1985-86					
1986-87			W	W	
1987-88	W+	W-	W	W-	El Niño
1988-89	C+	C-	C+	C	La Niña fuerte
1989-90					
1990-91			W+		
1991-92	W	W	W+	W+	El Niño fuerte
1992-93	W		W+	W-	El Niño
1993-94	W+		W		
1994-95	W+		W	W-	El Niño
1995-96			C-	C-	
1996-97					
1997-98	W+	W	W+	W+	El Niño fuerte
1998-99	C+		C	C-	La Niña
1999-00			C	C	
2000-01	C	C	C-	C-	La Niña
2001-02					
2002-03	W	W	W	W	El Niño
2003-04					
2004-05		W		C+	El Niño débil
2005-06					
2006-07		W		C+	El Niño débil
2007-08	W			C-	La Niña moder.
2008-09					
2009-10		W		C+	El Niño fuerte
2010-11	W			C-	La Niña moder.

$$P_i(\varepsilon) \sim \varepsilon^{\alpha_i} \quad (1)$$

donde  $\alpha_i$  es la fuerza de singularidad o exponente de Lipschitz-Hölder,  $\varepsilon$  es la escala. Se puede caracterizar a los conjuntos multifractales sobre la base de las dimensiones generalizadas del momento de orden  $q$  en una distribución,  $D_q$  (Posadas *et al.*, 2005):

$$D_q = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left( \frac{1}{q-1} \frac{\log \mu(q, \varepsilon)}{\log(\varepsilon)} \right) \quad (2)$$

La ecuación (2) se convierte en:

$$D_0 = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\log(N(\varepsilon))}{\log(\varepsilon)}, \quad D_1 = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\sum_{i=1}^{N(\varepsilon)} \mu_i(\varepsilon) \log(\mu_i(\varepsilon))}{\log(\varepsilon)}, \quad D_2 = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\log(C(\varepsilon))}{\log(\varepsilon)} \quad (3)$$

Los valores  $D_0$ ,  $D_1$  y  $D_2$  son respectivamente la dimensión capacidad, la dimensión entropía y la dimensión correlación.  $D_0$  proporciona información global acerca de un sistema.  $D_1$  está relacionada a la información de la entropía; la dimensión correlación

$D_2$  calcula la correlación de medidas contenidas en una caja de tamaño  $\varepsilon$  (Posadas *et al.*, 2005). Debe cumplirse que:

$$D_2 \leq D_1 \leq D_0 \quad (4)$$

La igualdad  $D_0=D_1=D_2$  ocurre solamente si el fractal es estadísticamente o exactamente autosimilar y homogéneo. El espectro multifractal se calcula con:

$$f(q) = - \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{\log(N)} \sum_{i=1}^{N(L)} \mu_i(q, L) \log[\mu_i(q, L)] \quad (5)$$

$$\alpha(q) = - \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{\log(N)} \sum_{i=1}^{N(L)} \mu_i(q, L) \log[P_i(L)] \quad (6)$$

El momento de orden  $q$  de la distribución estadística varió en pasos de 0.1 en 0.1

### Métodos.

#### Diferenciación entre nieve y hielo en las imágenes remotas.

Dentro de la metodología del grupo de investigación, una de las mayores dificultades es diferenciar el hielo de la nieve en las imágenes de satélite, con el fin de analizar la evolución reciente de los glaciares de la Cordillera Parón y obtener una cartografía fiable, precisa y objetiva, se aplicó un análisis multitemporal a las imágenes; con la ayuda de los *softwares* Erdas 9.1, Envi 4.7, Image j y Arcgis 10 y de los criterios propuestos en la bibliografía (Dozier, 1981; Dozier, 1989).

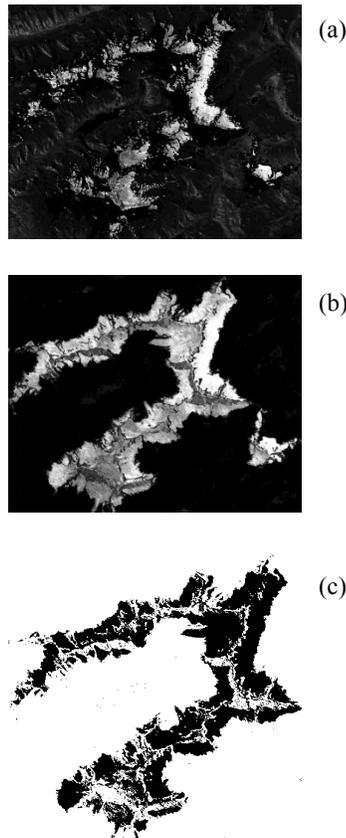
En primer lugar se preparó la imagen en el *software* Erdas 9.1, especializado en tratamiento de imágenes de satélite, se combinó en imágenes conformadas por 3 bandas (RGB, 542). Después, con el programa Envi 4.7 se cortó la imagen combinada en un número redondo de píxeles, en nuestro caso fue de 700 x 500 píxeles. Nuevamente se lleva al Erdas donde separamos las bandas 5, 4 y 2 y regresamos al Envi 4.7 para hallar, mediante una proporción matemática, una nueva capa raster NDSI (índice de nieve), y otra con el ratio imagen 4/5; estos dos últimos procesos nos permiten diferenciar la nieve del hielo en las imágenes.

a) *NDSI* (Índice Normalizado de Diferencia de Nieve).- El NDSI ayuda a distinguir la superficie glaciar de otras formas similares, como suelos brillantes, agua y nubes (Dozier, 1989). El NDSI se calcula con la siguiente relación:

$$NDSI = (b2 - b5) / (b2 + b5) \quad (7)$$

b) El ratio imagen 4/5.- es una simple razón entre las bandas 4 y 5. La relación TM4/TM5 es citado por Jacobs *et al* (1997) como eficaz para discriminar el hielo de la nieve en estudios glaciológicos, especialmente a través de zonas de sombra.

$$Ratio \text{ imagen} = (b4) / (b5) \quad (8)$$



**Figura 5.** (a) Imagen NDSI, (b) Ratio 4/5, (c) Imagen binarizada, de la Cordillera Parón 2011.

El ratio imagen 4/5 también fue utilizado por Posadas *et al.* (2005) como eficaz para diferenciar la masa de ulexite de otros materiales que no lo son.  
*Determinación de la superficie y volumen glaciar.*

**a. Con Sistema de Información Geográfica.-** las imágenes obtenidas a partir del NDSI y el ratio imagen se binarizaron con el programa Image j; correspondiendo un valor 1 para hielo y cero para otros elementos. La imagen binarizada se llevó al Arc Gis para hallar el área.

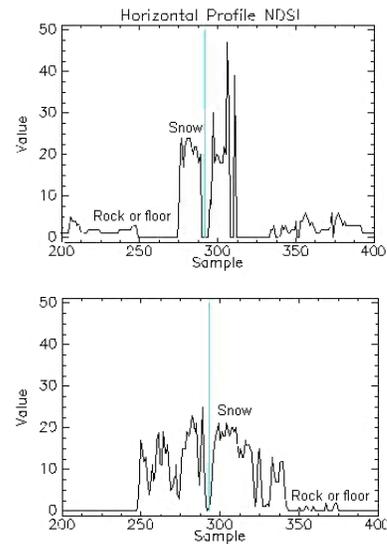
**b. Con Multifractales.-** La superficie glaciar se halló con la ecuación:

$$P_i(L) \approx L^\alpha \quad (9)$$

donde  $P_i$  es la probabilidad de hallar cierta cantidad de “materia”,  $L$  es el tamaño variable de cuadrícula y  $\alpha$  es el exponente de Holder; hay que tener en cuenta que 1 pixel equivale a 30 metros, por lo tanto al resultado lo multiplicamos por 900.

Obtenida la superficie glaciar, por cualquiera de los métodos a ó b, se estimó el volumen medio del glaciar con la siguiente fórmula (Klein & Isacks, 1998):

$$V = C.A^b \quad (10)$$

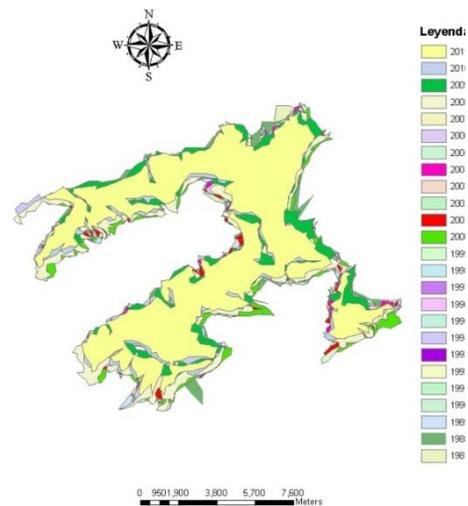


**Figura 6.** (a) Perfil horizontal NDSI 2011. (b) Perfil horizontal para el ratio 4/5.

donde,  $V$  es el volumen glaciar en  $km^3$ ,  $A$  es la superficie glaciar en  $km^2$ ,  $C = 0,048$  (valor empírico) y  $b = 1,36$  (valor empírico).

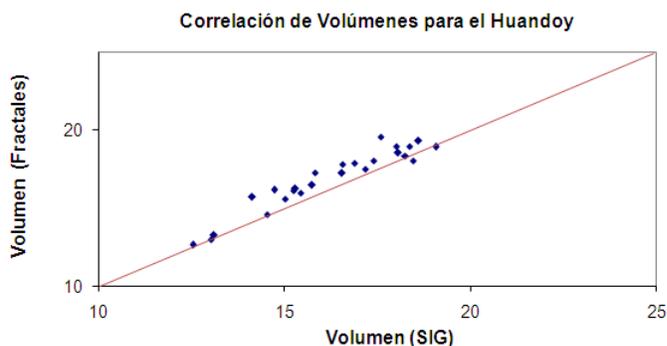
*Determinación de los parámetros multifractales*

La imagen binarizada con el programa Image j, se grabó en formato texto y se procesó con el *software* Multifractal Analysis & Scalling System (MASS) y puede ser obtenido de <http://inrm.cip.cgiar.org/home/downmod.htm> (*software* elaborado por el Centro Internacional de la Papa) especial para multifractales e Ingeniería, con él



**Figura 7.** Deglaciación de la Cordillera Parón en el tiempo.

se aplicó el método de box counting, que consiste en



**Figura 8.** Correlación entre los volúmenes obtenidos por SIG y por Multifractales.

contabilizar en cada celda la cantidad de “materia glaciario”. En el programa Mass se buscó la linealidad y se buscó un modelo que tiene un coeficiente de determinación del 98 al 99%. Luego, se editó la tabla, la cual nos reportó las dimensiones  $D_0$ ,  $D_1$  y  $D_2$ , y después se exportaron los datos al Excel.

Comparación entre el NDSI y el ratio imagen 4/5

El índice de nieve (NDSI) y el ratio imagen 4/5 se obtuvieron a partir de las bandas 2, 4 y 5 empleando las ecuaciones (7) y (8), respectivamente.

Los *Perfiles Horizontales* de la Cordillera Parón fueron obtenidos con Erdas y se muestran en la Figura 6.

Tomando en cuenta las Figuras 5 y 6, el método del ratio imagen 4/5 resultó mejor que el NDSI para discriminar o separar sombras de nubes, esto es corroborado por Vargas *et al.*, (2009); en el caso de las áreas con suelo y/o roca tienen valores más uniformes con respecto a la cobertura glaciario. Por lo tanto, la imagen obtenida con el ratio 4/5, se binarizó (Figura 5c) y en formato texto fue analizada con el *software MASS*.

**Resultados y discusión.**

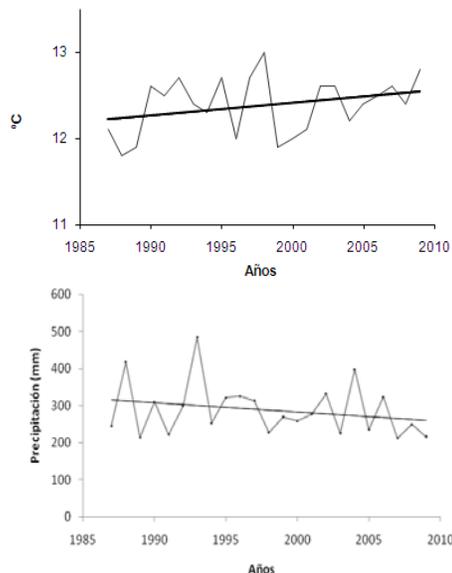
Cuantificación del Volumen Glaciario.

El volumen glaciario de la Cordillera Parón ha venido decreciendo en el tiempo, tal como se aprecia a continuación.

En la Figura 7 se aprecia que en los años en que se presentó el evento La Niña (1988, 2000 y 2011), los volúmenes son más grandes que cuando El Niño (1987, 1991 y 1997).

La cuantificación del volumen glaciario de la cordillera Parón, obtenida tanto con el método convencional o SIG y por medio de los multifractales, presentado en la Tabla 3, muestra que la Cordillera Parón perdió un promedio de 18% de su volumen glaciario en 24 años, esto es corroborado por PNUMA (2007).

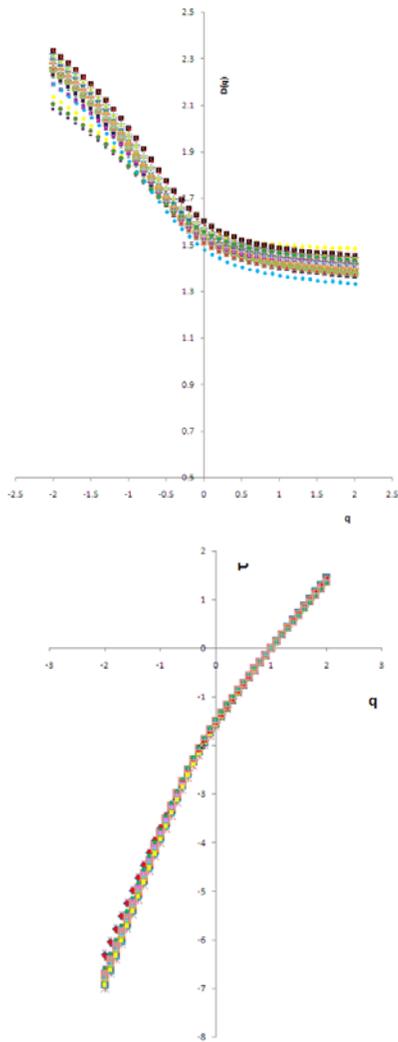
Correlación de volúmenes con SIG y Multifractales.



**Figura 9.** (a) Tendencia de la temperatura y (b) Tendencia de la precipitación histórica, registradas en estaciones cercanas a la Cordillera Parón.

**Tabla 3.** Variación del volumen glaciario de la Cordillera Parón

Año	Cordillera Parón						
	SIG			Multifractales			
	A (km <sup>2</sup> )	V (km <sup>3</sup> )	%	Año	A (km <sup>2</sup> )	V (km <sup>3</sup> )	%
1987	70.77	15.74	100	1987	73.16	16.47	100
1988	81.45	19.06	121	1988	81	18.91	115
1989	79.55	18.45	117	1989	78.31	18.06	110
1990	67.41	14.73	94	1990	72.16	16.16	98
1991	65.39	14.14	90	1991	70.64	15.70	95
1992	78.91	18.25	116	1992	79.28	18.37	112
1993	73.5	16.57	105	1993	77.49	17.81	108
1994	76.18	17.40	111	1994	78.25	18.05	110
1995	71.03	15.82	100	1995	75.79	17.28	105
1996	74.54	16.89	107	1996	77.72	17.88	109
1997	66.76	14.54	92	1997	67.01	14.61	89
1998	79.28	18.37	117	1998	81.21	18.98	115
1999	73.41	16.55	105	1999	75.67	17.24	105
2000	75.48	17.18	109	2000	76.51	17.50	106
2001	78.12	18.01	114	2001	81.08	18.94	115
2002	68.41	15.03	95	2002	70.28	15.59	95
2003	78.3	18.06	115	2003	79.8	18.53	113
2004	69.14	15.25	97	2004	71.98	16.11	98
2005	69.26	15.29	97	2005	72.42	16.24	99
2006	80	18.60	118	2006	82.25	19.31	117
2007	69.82	15.45	98	2007	71.58	15.99	97
2008	76.79	17.59	112	2008	83.03	19.56	119
2009	61.62	13.04	83	2009	61.37	12.97	79
2010	59.89	12.54	80	2010	60.21	12.64	77
2011	61.85	13.11	83	2011	62.38	13.26	81
Prom	72.27	16.23		Prom	74.42	16.89	
Desv.est	6.24	1.89		Desv.est	6.48	1.97	



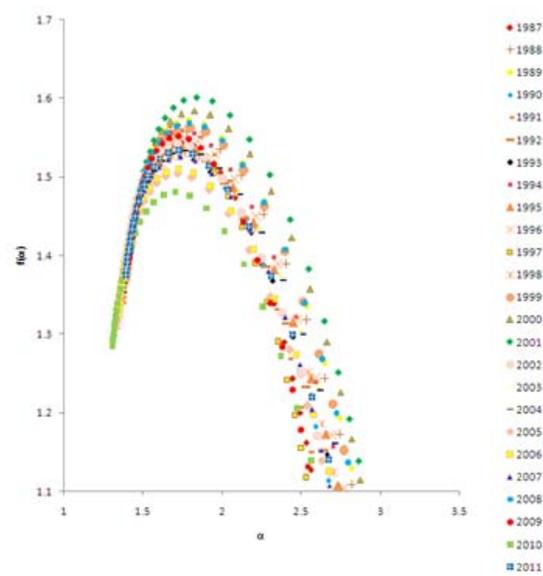
**Figura 10.** (a) Función  $q$  vs  $Dq$  y (b) función  $q$  vs  $\tau$ , obtenidos con multifractales.

La dispersión entre los volúmenes obtenidos con SIG y con Multifractales, se presenta en la Figura 8.

El coeficiente de correlación de Pearson resultó cercano a uno ( $r = 0.957$ ), y la prueba de T como muestras relacionadas resultó no significativo ( $p = 0.63$ ); al no encontrarse diferencias significativas se puede asumir que es equivalente el uso de ambas metodologías para determinar el volumen glaciar.

Tendencia de la temperatura y precipitación en la zona.

La temperatura y precipitación en el entorno



**Figura 11.** Espectros multifractales de la Cordillera Parón desde 1987 al 2011.

glaciar se comportó como se muestra en la Figura 9.

La Figura 9, muestra una tendencia creciente de la temperatura media anual de alrededor de  $0.35\text{ }^{\circ}\text{C}$ , mientras que la precipitación viene disminuyendo, lo que es corroborado por Bates *et al.* (2008).

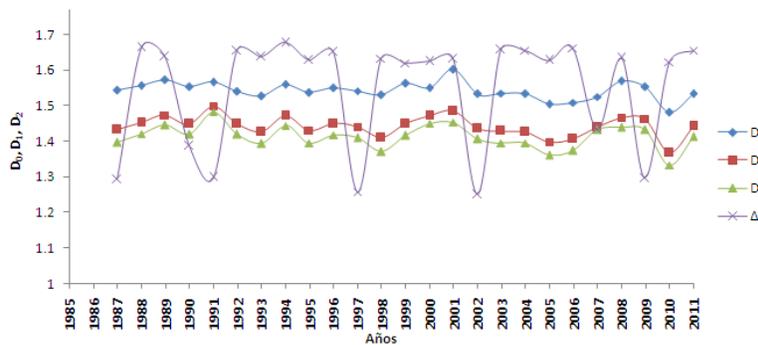
Función  $q$  vs  $Dq$  y  $q$  vs  $\tau$ .

Los resultados de la función multifractal ( $Dq$ ) y el exponente de masa ( $\tau$ ) se muestran en la Figura 10.

La función multifractal ( $Dq$ ) y la función  $\tau$  (exponente de masa), tienen un quiebre en  $q=0$ , es decir las curvas tienen dos pendientes diferentes. Este quiebre es atribuible a que existe heterogeneidad dentro del sistema, siendo su comportamiento bifractal o en general multifractal.

Comportamiento multifractal.

El espectro multifractal obtenido con el *software* Mass, tal como se muestra en la Figura 11, presenta una apertura del espectro multifractal ( $\Delta\alpha$ ) variable, dándonos una idea de la dispersión de la información.



**Figura 12.** Variación de las dimensiones fractales  $D_0, D_1, D_2$  y  $\Delta\alpha$ , para el glaciar de la Cordillera Parón.

### Parámetros Multifractales.

La dimensión capacidad ( $D_0$ ), la dimensión entropía ( $D_1$ ), la dimensión correlación ( $D_2$ ), y el tamaño de abertura del espectro ( $\Delta\alpha$ ) se muestran en la Tabla 4.

Por lo tanto la dimensión fractal  $D_0$  promedio es de 1.54,  $D_1=1.44$  y  $D_2=1.41$ .

Comparando los años con la dimensión capacidad ( $D_0$ ), la dimensión entropía ( $D_1$ ), la dimensión correlación ( $D_2$ ), y la abertura ( $\Delta\alpha$ ) se obtiene la figura 12.

El parámetro multifractal  $\Delta\alpha$  es el que mejor reflejó la presencia de los eventos El Niño con puntos más bajos (1987, 1991, 1997, 2002, y 2009) y puntos más elevados cuando se presentó los eventos la Niña (1988, 1998, 2000, y 2007).

**Tabla 4.** Parámetros Multifractales del glaciar de la Cordillera Parón

AÑO	$D_0$	$D_1$	$D_2$	$\Delta\alpha$
1987 EN	1.543	1.433	1.396	1.293
1988 LN	1.557	1.453	1.421	1.664
1989	1.573	1.473	1.446	1.637
1990	1.553	1.448	1.419	1.387
1991 EN	1.566	1.499	1.483	1.298
1992	1.539	1.448	1.419	1.654
1993	1.527	1.426	1.393	1.637
1994	1.559	1.472	1.444	1.677
1995	1.537	1.431	1.395	1.627
1996	1.549	1.449	1.418	1.652
1997 EN	1.541	1.441	1.409	1.258
1998 LN	1.529	1.410	1.371	1.633
1999	1.562	1.449	1.415	1.619
2000	1.550	1.471	1.450	1.624
2001	1.601	1.486	1.453	1.632
2002	1.532	1.437	1.407	1.250
2003	1.535	1.429	1.395	1.657
2004 EN	1.533	1.426	1.395	1.655
2005	1.505	1.398	1.362	1.627
2006	1.509	1.406	1.373	1.661
2007 LN	1.525	1.439	1.431	1.432
2008	1.569	1.466	1.439	1.633
2009 EN	1.552	1.463	1.433	1.297
2010	1.481	1.368	1.333	1.623
2011	1.528	1.399	1.366	2.036
Promedio	1.542	1.441	1.411	1.567

### Conclusiones.

1.- El volumen glaciar tuvo un comportamiento variable en el tiempo; la reducción promedio del volumen glaciar de la Cordillera Parón obtenido por SIG y Multifractales fue del 18% en el periodo 1987 al 2011.

2.- No se encontraron diferencias estadísticamente significativas entre los volúmenes hallados con métodos SIG o multifractales.

3.- El parámetro multifractal  $\Delta\alpha$  es el que mejor revela la presencia de los eventos El Niño y La Niña. El promedio de la dimensión entropía  $D_1$  fue de 1.44

### Literatura citada.

- Bates B., Kundzewicz S. & Palutikof J. 2008. Climate change and water. Technical Paper of the Intergovernmental Panel on climate Change, IPCC. Secretariat, Geneva 210 pp.
- Dozier J. 1989. Spectral signature of alpine snow cover from the Landsat Thematic Mapper. *Remote sensing of environment*, 28: 9-22.
- Jacobs J., Simms E. & Simm A. 1997. Recession of the southern part of Barnes Ice Cap, Baffin Island, Canada, between 1961 and 1993, determined from digital mapping of Landsat TM. *Journal of Glaciology*, 43, 98 - 102.
- Klein A. & Isacks B. 1998. Alpine glacial geomorphological studies in the central Andes using Landsat thematic mapper images. *Glacial Geology and Geomorphology*; rp01/1998.
- Medina G. & Mejía A. 2010. Incidencia de los eventos El Niño y La Niña en el comportamiento de glaciares tropicales en Perú. *Revista ECI Perú*,
- Montero E. 2003. Aplicación de técnicas de análisis multifractal a distribuciones de tamaño-volumen de partículas de suelo obtenidas mediante análisis por difracción de láser. Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Madrid. 212 p.
- PNUMA. 2007. ¿El fin de las cumbres nevadas? Glaciares y Cambio Climático en la Comunidad Andina. Secretaría General de la Comunidad Andina, PN-UD para el Medio Ambiente, 104 p.
- Posadas A., Gimenez D. & Quiroz R. 2002. Análisis Multifractal de la variabilidad espacial de la conductividad hidráulica en un suelo estratificado. *Revista de Investigación de Física ISSN1605-7744*. Vol.5 (36.43).
- \_\_\_\_\_, Gimenez D., Quiroz R. & Protz R. 2003. Multifractal characterization of soil pore systems. *Soil Science Society of America Journal*, 67, pp. 1361-1369.
- \_\_\_\_\_, Quiroz R., Zorogastúa R. & Leon C. 2005. Multifractal characterization of the spatial distribution of ulexite in a Bolivian salt flat. *International Journal of Remote Sensing*. Month 2005, 1-13.
- Urrutia R. & Vuille M. 2009. Climate change projections for the tropical Andes using a regional climate model: Temperature and precipitation simulations. *Journal of Geophysical Research*, vol. 114.
- Vargas C., Villon C. & Pasapera J. 2009. Comparación de Técnicas para el Mapeo de Cobertura Glaciar con Imágenes LANDSAT y ASTER en la Cordillera Blanca. *Simposio Brasileiro de Sensoriamento Remoto*, Natal, Brasil, INPE, p. 6911-6917.

<sup>1</sup> Universidad Nacional Agraria de la Selva, Casilla 156 Tingo María, Av. Universitaria km 1.5, 2011, gmeddiaz@gmail.com, telef: (062)564041.

<sup>2</sup> Universidad Nacional Agraria La Molina. Av. La Molina, La Molina, Lima 12, Perú, 2011, jabel@lamolina.edu.pe, telef: 3401180, telefax: 3499991.