

## APLICACIÓN DEL ANÁLISIS ENVOLVENTE DE DATOS PARA MEDIR EFICIENCIA AL CASO URUGUAYO

Oscar Torres Yarzagaray<sup>a</sup>

ostoyar@hotmail.com

Roberto Carlos Torres Castelar<sup>b</sup>

roberto.torres@tecnar.edu.co

Diana Osorio Physco<sup>c</sup>

dianyosorio@hotmail.com

Orlando Zapateiro Altamiranda<sup>d</sup>

ozapateiro@hotmail.com

*Fecha de recepción: agosto de 2014. Fecha de aceptación: octubre de 2014*

**Resumen:** El siguiente artículo presenta los resultados de la investigación realizada, que tiene como objetivo principal mostrar la eficiencia de la industria manufacturera con base a datos estadísticos de variables macroeconómicas que sirven como insumo para la realización de cálculos y así poder determinar el grado de eficiencia de Uruguay con base al comparativo de los demás países analizados. La herramienta utilizada es el Análisis envolvente de datos.

**Palabras clave:** Tasa de desempleo, formación bruta de capital, consumo de energía, PIB manufacturero, PIB minero, análisis envolvente de datos.

**Abstract:** The following article presents the results of research carried out, whose main objective is to show the efficiency of the industry manufacturera based on statistical data of macroeconomic variables that serve as input for the realization of load and also to determine the efficiency of Uruguay based on a comparative of the other countries analyzed. The grassy used is surround Data Analy.

**Keywords:** Unemployment rate, gross capital formation, energy consumption, PIB manufacturer, PIB mining data envelope analysis.

### 1. INTRODUCCIÓN

Tanto en la industria manufacturera como en la industria de servicios, cualquier proceso productivo incluye una serie de insumos (*inputs*) que son transformados para generar un producto (*output*) con el objeto de satisfacer las necesidades de los clientes y obtener altos niveles de utilidades como retribución a la inversión realizada por los socios de las empresas en todos los sectores económicos. Bajo este concepto, las empresas necesitan identificar cuáles son sus niveles de productividad y eficiencia a la hora de utilizar los recursos que se necesitan para su transformación.

<sup>a</sup> Doctorando en Ciencias Económicas (Finalizado académicamente). Magister en gerencia Pública, especialista en Formulación y evaluación de proyectos, gerencia financiera, economista. Docente universitario.

<sup>b</sup> Doctorando en Ciencias Económicas (finalizado académicamente). MBA – Magister en administración, especialista en gerencia del talento humano, economista. Coordinador de investigación de la facultad de ciencias económicas de la Fundación Tecnológica Antonio de Arévalo – Tecnar.

<sup>c</sup> Magister en Logística, especialista en gestión Logística, Administradora de Comercio Exterior. Asesora marina mercante, Escuela Naval de Cadetes "Almirante Padilla".

<sup>d</sup> Docente y Coordinador de Investigación de la Facultad de Administración Marítima de la Escuela Naval de Cadetes "Almirante Padilla"



Generar un producto (*output*) con el objeto de satisfacer las necesidades de los clientes y obtener altos niveles de utilidades como retribución a la inversión realizada por los socios de las empresas en todos los sectores económicos. Bajo este concepto, las empresas necesitan identificar cuáles son sus niveles de productividad y eficiencia a la hora de utilizar los recursos que se necesitan para su transformación.

La eficiencia es un concepto que posee diversas interpretaciones. Quizá la idea más extendida de eficiencia sea el concepto de óptimo Paretiano, bajo la cual se establece que ninguna asignación de recursos puede modificarse para mejorar la situación de alguien sin empeorar la de otro (Gravelle & Rees, 1981).

(Farrell, 1957) Ha sido uno de los primeros en investigar de manera sistemática el concepto de eficiencia y de establecer una guía para su medición. El objetivo de este trabajo es presentar una técnica, que de acuerdo con sus ideas, permita medir la eficiencia de Uruguay con respecto a los demás países de Latinoamérica, por medio de una herramienta No Paramétrica sistematizada inicialmente por (Charnes, Cooper, & Rhodes, 1978) denominada Análisis Envolvente de Datos (DEA, por sus siglas en inglés: *Data Envelopment Analysis*). A partir de esta metodología es posible precisar la frontera tecnológica basada en unidades productivas que, por sus buenos resultados, son consideradas como aquellas que realizan las mejores prácticas productivas en relación a las otras unidades.

## 2. METODOLOGÍA

Para el desarrollo del trabajo se tomarán en cuenta los datos macroeconómicos:

- a. Tasa de desempleo (Input).
- b. Formación Bruta de Capital (Input).
- c. Consumo de energía (Input).
- d. PIB Manufacturero (Output).
- e. PIB Minero (Output).

Con estos datos se precisa calcular la eficiencia de cada país de América Latina por medio de la metodología del Análisis Envolvente de Datos empleando el programa computacional EMS (*Efficiency Measurement System*), el cual arroja la eficiencia técnica relativa de las variables que se van a estudiar y que fueron mencionadas anteriormente.

Una vez los datos son calculados con la ayuda de este programa, se tomarán los datos de eficiencia de Uruguay y se compara con el resto de países en los períodos comprendidos entre 2007 y 2012.



### 3. MARCO TEÓRICO

#### 3.1. Envoltente de datos

En los estudios realizados por (Farrell, 1957), se consideraba que la frontera de producción era conocida. Sin embargo, al llevar estos supuestos a la práctica, no es así como él creía y, por tanto, es necesario estimarla.

Los métodos de estimación para construir la frontera de producción pueden clasificarse, en función de que se quiera o no especificar una forma funcional que relacione los inputs con los outputs, en métodos paramétricos o no-paramétricos. A su vez, pueden emplearse métodos estadísticos o no para estimar la frontera que, en última instancia, puede ser especificada como estocástica o determinista.

El Análisis Envoltente de Datos (DEA) es una técnica No-Paramétrica, determinista, que recurre a la programación matemática. La metodología DEA surge a raíz de la tesis doctoral de (Rhodes, 1978) y puede considerarse como una extensión del trabajo de (Farrell, 1957). Básicamente, DEA es una técnica de programación matemática que permite la construcción de una superficie envoltente, frontera eficiente o función de producción empírica, a partir de los datos disponibles del conjunto de Unidades objeto de estudio, de forma que las Unidades que determinan la envoltente son denominadas Unidades Eficientes y aquellas que no permanecen sobre la misma son consideradas Unidades Ineficientes. El DEA permite la evaluación de la eficiencia relativa de cada una de las Unidades.

El Análisis Envoltente de Datos (DEA) es un método de apoyo a las decisiones basado en programación lineal para identificar funciones de producción empíricas. Estos modelos DEA entregan:

- a. La eficiencia relativa para un conjunto de unidades comparables.
- b. Unidades de referencia para las unidades ineficientes.
- c. Una frontera de eficiencia desde el punto de vista de las mejores prácticas observadas.

#### 3.2. Caracterización de los modelos DEA

Los modelos de Análisis Envoltente de Datos pueden ser clasificados en función de:

- a. El tipo de medida de eficiencia que se proporciona: modelos radiales y no radiales.
- b. La orientación al modelo: Input orientado, Output orientado o Input-Output orientado.
- c. La tipología de los rendimientos a escala que caracterizan la tecnología de producción, entendida ésta como la forma en que los factores productivos



(Inputs) son combinados para obtener un conjunto de productos (Outputs), de tal forma que esa combinación de factores puede caracterizarse por la existencia de rendimientos a escala constantes o variables a escala<sup>1</sup>.

### 3.2.1. Orientación de los modelos DEA

(Charnes, Cooper, & Rhodes, 1978) establecen que la eficiencia puede ser caracterizada con relación a dos orientaciones (orientaciones) básicas pudiendo hacer referencia a modelos.

- a. **Input orientados:** este tipo de modelo orientado a los insumos buscan, dado el nivel de Outputs, la máxima reducción proporcional en el vector d Inputs mientras permanece en la frontera de posibilidades de producción. Una unidad no es eficiente si es posible disminuir cualquier Input sin que se altere sus Outputs.
- b. **Output orientados:** este modelo busca, dado un nivel de inputs, el máximo incremento proporcional de los Outputs permaneciendo dentro de la frontera de posibilidades de producción. Es decir, una unidad no puede ser considerada eficiente si se puede aumentar cualquier Output sin aumentar ningún Input y sin disminuir otro Output.

### 3.2.2. Tipos de rendimientos a escala

Con el propósito de evaluar la eficiencia de un conjunto de Unidades es necesario identificar el tipo de rendimiento a escala que caracteriza la tecnología de producción.

Los rendimientos a escala que indican los incrementos de la producción que son resultado del incrementar todos los factores de producción en el mismo porcentaje, pueden ser constantes, crecientes o decrecientes.

- a. Rendimientos constantes a escala: cuando el incremento porcentual del Output es igual al incremento porcentual de los recursos productivos.
- b. Rendimientos crecientes a escala: se dice que la tecnología exhibe este tipo de rendimientos cuando el incremento porcentual del Output es mayor que el incremento porcentual de los factores.
- c. Rendimientos decrecientes a escala: cuando el incremento porcentual del Output es menor que el incremento porcentual de los Inputs.

<sup>1</sup> Aplicable a las empresas o unidades productoras, hace referencia a cuanto se incrementa el producto cuando se amplía la escala de producción, considerando todos los factores productivos. Específicamente alude a la proporción en que aumenta el volumen de producto en relación al incremento de los factores de producción.



### 3.3. Modelos básicos de DEA

#### 3.3.1. Modelo DEA-CCR

Es un modelo desarrollado por (Charnes, Cooper, & Rhodes, 1978) que proporciona medidas de eficiencia radiales, Input-Output orientadas y supone una convexidad, fuerte eliminación gratuita de Inputs y Outputs y rendimientos constantes a escala. La representación del modelo DEA-CCR es la siguiente:

##### a. DEA-CCR Output Orientado

El modelo de programación lineal CCR-Output en su forma primal para cada DMU es:

Hallar  $u_r$ ; donde  $r=1, \dots, t$  y  $v_i$ ; con  $i=1, \dots, m$ , tal que:

$$\text{Maximizar } Z = \sum_{r=1}^t u_r \cdot Y_{rj} \quad (1)$$

Sujeto a:

$$\sum_{r=1}^t v_i \cdot X_{ij} = 1 \quad (2)$$

$$\frac{\sum_{r=1}^t u_r \cdot Y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i \cdot X_{ij}} \leq 1; i=1, \dots, n \quad (3)$$

$$u_r \geq \varepsilon; v_i \geq \varepsilon; \varepsilon \cong 0 \quad (4)$$

Dónde:

$X_{ij}$ = Cantidad del i-ésimo insumo que entra a la j-ésima DMU.

$Y_{rj}$ = Cantidad del r-ésimo producto que sale de la j-ésima DMU.

Las  $X_{ij}$  y las  $Y_{rj}$  son parámetros conocidos.

$v_i$ = Peso del i-ésimo insumo que entra a la j-ésima DMU.

$u_r$ = Peso del r-ésimo producto que sale de la j-ésima DMU.

DMU: Unidad de decisión

Al modificar (3), el modelo se reescribe, así:

$$\text{Maximizar } Z = \sum_{r=1}^t u_r \cdot Y_{rj} \quad (5)$$

Sujeto a:

$$\sum_{r=1}^t v_i \cdot X_{ij} = 1 \quad (6)$$

$$\sum_{r=1}^t u_r \cdot Y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i \cdot X_{ij} \leq 0; j=1, \dots, n \quad (7)$$

$$u_r \geq \varepsilon; v_i \geq \varepsilon; \varepsilon \cong 0 \quad (8)$$

Aquí, el modelo es totalmente operativo y solucionable empleando el método simplex, método que debe su dificultad computacional a la cantidad de restricciones más que a la cantidad de variables. Generalmente el número de  $v_i$  y  $u_r$  es pequeño en comparación con la cantidad de DMU's por esto, si se tienen muchas DMU's,  $j$  será grande y el método tendrá una cantidad de restricciones apreciables, por lo anterior, se acostumbra resolver el problema empleando el DUAL del problema primal, ya que el problema DUAL tendrá tantas variables como restricciones tenga el problema primal, y un número de restricciones igual al número de variables del primal, por lo que resulta



computacionalmente ventajoso resolver el problema mediante el DUAL, para ello asociamos una variable dual a cada restricción del principal y lo expresamos en su forma canónica, así:

Hallar  $u_r$ ;  $r=1, \dots, t$  y  $v_i$ ;  $i=1, \dots, m$ ; tal que:

$\text{Maximizar } Z = \sum_{r=1}^t u_r \cdot Y_{rj}$	
Sujeto a:	
$\sum_{r=1}^t v_i \cdot X_{ij} = 1$	$(\varphi)$
$\sum_{r=1}^t u_r \cdot Y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i \cdot X_{ij} \leq 0;$ $j=1, \dots, n$	$[(\lambda)_j]; j=1, \dots, n.$
$-u_r \leq -\varepsilon$	$(S_r^+); r=1, \dots, t$
$-v_r \leq -\varepsilon$	$(S_r^-); r=1, \dots, m$
$\varepsilon \cong 0$	

Formulando el dual queda así:

$$\text{Minimizar } Z = \varphi - \varepsilon [ (\sum_{r=1}^t S_{r,-}) + (\sum_{i=1}^m S_{r,-}) ]$$

Sujeto a:

$$\sum_{j=1}^n Y_{rj} \lambda_j - S_{r,+} \geq Y_{rj}; r = 1, \dots, t$$

$$X_{ij} \varphi - \sum_{j=1}^n X_{ij} \lambda_j - S_{i,-} \geq 0; i=1, \dots, m$$

$\varphi$  irrestricta o libre;  $\lambda_j \geq 0; j=1, \dots, n$

$$S_{r,+} \geq 0; r=1, \dots, t; \quad S_{r,-} \geq 0; i=1, \dots, m$$

**b. DEA CCR – Input orientado**

De forma similar, el modelo dual para el CCR – Input orientado de programación lineal es el siguiente

$$\text{Maximizar } Z = \varphi + \varepsilon [ (\sum_{r=1}^t S_{r,+}) + (\sum_{i=1}^m S_{r,-}) ]$$

Sujeto a:

$$\sum_{j=1}^n Y_{rj} \lambda_j - S_{r,+} \geq Y_{rj}; r = 1, \dots, t$$

$$X_{ij} \varphi - \sum_{j=1}^n X_{ij} \lambda_j - S_{i,-} \geq 0; i=1, \dots, m$$

$\varphi$  irrestricta o libre;  $\lambda_j \geq 0; j=1, \dots, n$

$$S_{r,+} \geq 0; r=1, \dots, t; \quad S_{r,-} \geq 0; i=1, \dots, m$$



**c. DEA BCC – Input Orientado**

Una de las principales consideraciones al modelo CCR es el hecho de que el modelo calcula la eficiencia de las DMUs bajo el supuesto de retorno a escala constante. De esta manera, la dimensión de las DMUs que se comparan debe ser parecida, es decir, las DMUs que no son eficientes han de tener capacidad para alcanzar el nivel de eficiencia de las DMUs más eficientes. A este tipo de eficiencia, se le denomina eficiencia global y tiene lugar cuando la DMU seleccionada de referencia es la de mayor productividad de todas las unidades que se están estudiando. Pero también se podrían considerar problemas donde las DMUs tuvieran dimensiones diferentes a las DMUs eficientes no pudiendo ser capaces de conseguir alcanzar la eficiencia de estas. Para resolver este inconveniente y poder trabajar con problemas a escala variable, (Charnes, Cooper, & Rhodes, 1984) añaden al modelo anterior, en su presentación dual la siguiente restricción:

**d. DEA BCC – Output Orientado**

$$\text{Minimizar } Z = \varphi - \varepsilon \left[ \left( \sum_{r=1}^t S_{r-} \right) + \left( \sum_{i=1}^m S_{r-} \right) \right]$$

Sujeto a:

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^n Y_{rj} \lambda_j - S_{r+} \geq Y_{ij}; r = 1, \dots, t \\ & X_{ij} \varphi - \sum_{j=1}^n X_{ij} \lambda_j - S_{i-} \geq 0; ri=1, \dots, m \\ & \varphi \text{ irrestricta o libre}; \lambda_i \geq 0; j=1, \dots, n \\ & S_{r+} \geq 0; r=1, \dots, t; \quad S_{r-} \geq 0; i=1, \dots, m \end{aligned}$$

De manera similar, el modelo dual de programación lineal para el modelo DEA BCC – Input Orientado es el siguiente:

$$\text{Maximizar } Z = \varphi + \varepsilon \left[ \left( \sum_{r=1}^t S_{r+} \right) + \left( \sum_{i=1}^m S_{r-} \right) \right]$$



Sujeto a:

$$\sum_{j=1}^n X_{ij}\lambda_j + S_{r-} \leq X_{ij}; i = 1, \dots, m$$

$$Y_{rj}\varphi - \sum_{j=1}^n Y_{rj}\lambda_j + S_{i+} \leq 0; r=1, \dots, t$$

$\varphi$  irrestricta o libre;  $\lambda_i \geq 0; j=1, \dots, n$

$$S_{r+} \geq 0; r=1, \dots, t; \quad S_{r-} \geq 0; i=1, \dots, m$$

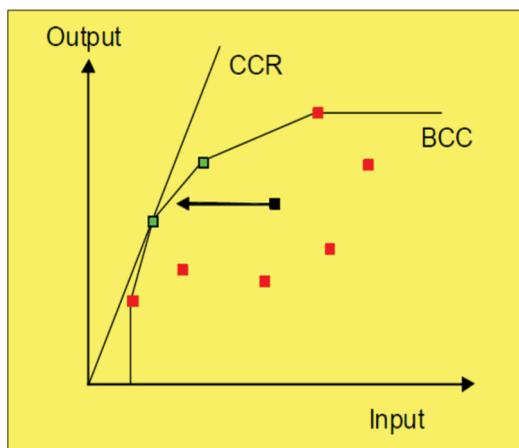
$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$$

### 3.4. PROYECCIONES DE LOS MODELOS DEA

#### 3.4.1. Proyecciones de los modelos DEA orientados a los Inputs

Sintetizando, los modelos orientados a los inputs tienen por objeto minimizar el nivel de entradas produciendo por lo menos el mismo nivel de salidas observadas.

Gráfica 1. Proyección modelos DEA CCR y DEA BCC Inputs Orientados

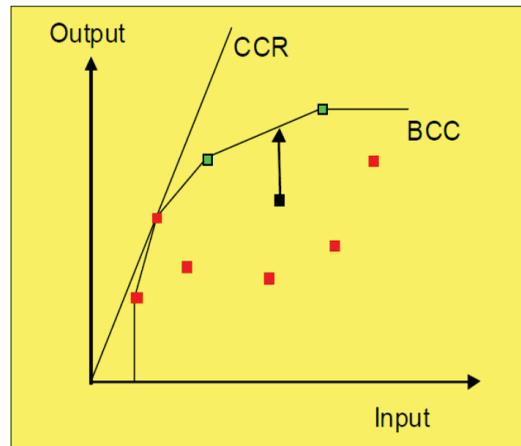


Fuente: Marcela González. Universidad de Talca. Departamento de Modelación y Gestión Industrial  
Facultad de Ingeniería

#### 3.4.2. Proyecciones de los modelos DEA orientados a los Outputs

Los modelos orientados a los Outputs tienen por objeto maximizar el nivel de salidas manteniendo constante el nivel de entradas observadas.



**Gráfica 2.** Proyección modelos DEA CCR y DEA BCC Outputs Orientados

Fuente: Marcela González. Universidad de Talca. Departamento de Modelación y Gestión Industrial – Facultad de Ingeniería

#### 4. LAS VARIABLES

Las variables a tener en cuenta en el cálculo de la eficiencia se describen a continuación:

##### 4.1. Tasa de Desempleo

Las empresas demandan diferentes factores para producir bienes o servicios. Uno de esos factores es el trabajo. Por su parte, los hogares ofrecen su trabajo a cambio de un salario que les permita adquirir bienes o servicios en la economía. Diversos aspectos, tanto de corto como de largo plazo, no permiten que en un momento específico todas las empresas encuentren la cantidad de trabajo que están demandando ni que todas las personas que ofrezcan su capacidad de trabajo se encuentren empleadas.

La tasa de desempleo no es más que un indicador de la evolución en el tiempo de la proporción de personas que, estando en edad de trabajar y con intención de la misma, se encuentran desocupadas (Banco de la República, 2013). En otras palabras, la tasa de desempleo expresa el nivel de desocupación entre la población económicamente activa (CEPAL).

##### 4.2. Formación Bruta de Capital

Comprende los desembolsos en concepto de adiciones a los activos fijos de la economía más las variaciones netas en el nivel de los inventarios (El Banco Mundial;).



Este es un concepto macroeconómico utilizado en las cuentas nacionales. Estadísticamente mide el valor de las adquisiciones de activos fijos nuevos o existentes menos las cesiones de activos fijos realizados por el sector empresarial, los gobiernos y los hogares. En el análisis macroeconómico, la Formación Bruta de Capital, es uno de los componentes del gasto de inversión, que se incluye dentro del PIB, lo que muestra como una gran parte del nuevo valor añadido en la economía se invierte en lugar de ser consumido.

#### 4.3. Consumo de energía

El consumo de energía eléctrica mide la producción de las centrales eléctricas y de las plantas de cogeneración menos las pérdidas ocurridas en la transmisión, distribución y transformación y el consumo propio de las plantas de cogeneración (El Banco Mundial).

#### 4.4. Producto Interno Bruto Manufacturero (PIB)

El producto Interno Bruto o Producto Bruto Interno (PBI) es una medida macroeconómica que expresa el valor monetario de la producción de bienes y servicios de la demanda final de un país durante un período determinado de tiempo, normalmente un año.

A continuación se presentan una tabla con los valores de las variables en el período comprendido por los años 2007-2011:

El PIB Manufacturero y el PIB minero representan las salidas para la ejecución del modelo, mientras que la Tasa de Desempleo, la Formación Bruta de Capital y el Consumo de Energía representan las salidas.

**Tabla 1:** Valores de las variables de estudio. Años 2007 - 2011

PERIODO	PAISES	PIB MANUFACTURERO	PIB MINERO	TASA DESEMPLEO	FORMACION BRUTA CAPITAL	CONSUMO ENERGIA
2007	ARGENTINA	46.042,6	10.172,9	8,5	52.783,2	373.527,2
	BOLIVIA	1.273,2	1.060,4	7,7	1.527,2	37.825,8
	BRASIL	145.980,0	20.167,7	9,3	175.741,1	1.398.573,1
	COLOMBIA	17.915,0	16.222,7	7,1	30.086,0	175.154,9
	CHILE	23.720,4	9.572,9	11,4	38.943,8	168.518,7
	ECUADOR	6.298,0	3.690,2	7,4	9.230,4	67.719,2
	PARAGUAY	1.051,4	9,1	7,2	1.697,7	26.522,5
	PERÚ	14.161,7	7.311,3	8,4	21.344,5	91.917,2



URUGUAY	2.926,9	54,7	9,6	3.576,3	19.558,9
VENEZUELA	24.312,5	42.031,6	8,4	47.987,3	293.385,0
ARGENTINA	48.135,7	10.281,0	7,9	57.571,9	365.053,4
BOLIVIA	1.319,8	1.303,7	6,7	1.812,4	40.550,4
BRASIL	150.310,9	20.880,9	7,9	199.594,6	1.451.698,5
COLOMBIA	18.164,2	15.307,9	7,8	35.917,1	177.593,6
CHILE	23.866,0	10.473,0	11,5	42.782,3	179.263,7
ECUADOR	6.872,0	3.690,7	6,9	10.704,8	72.746,7
PARAGUAY	1.072,0	9,5	7,4	2.000,1	28.632,3
PERÚ	15.450,3	7.869,0	8,4	28.066,1	99.883,9
URUGUAY	3.165,1	55,6	7,9	4.267,1	22.653,6
VENEZUELA	24.632,5	43.234,0	7,3	46.313,0	356.163,1
ARGENTINA	47.871,8	10.170,8	8,7	51.703,8	361.814,0
BOLIVIA	1.383,3	1.277,3	7,9	1.864,8	42.431,5
BRASIL	137.183,2	20.217,5	8,1	186.174,1	1.417.097,7
COLOMBIA	17.394,2	15.149,4	9,7	31.573,2	173.849,5
CHILE	22.875,9	11.618,3	13,0	42.232,8	165.459,8
ECUADOR	6.819,1	3.678,0	8,5	10.626,9	77.168,3
PARAGUAY	1.063,5	9,8	8,2	1.861,8	29.413,8
PERÚ	14.361,1	7.927,6	8,4	25.821,6	109.362,5
URUGUAY	3.044,2	93,6	7,6	4.059,9	23.818,9
VENEZUELA	23.045,7	39.911,2	7,9	42.538,3	355.403,3
ARGENTINA	52.576,6	10.013,7	7,7	62.679,5	377.292,0
BOLIVIA	1.419,1	1.329,0	6,5	2.004,0	43.034,2
BRASIL	151.087,6	22.960,7	6,7	225.892,5	1.552.938,1
COLOMBIA	17.839,1	15.371,2	8,2	36.073,2	180.186,7
CHILE	23.295,5	12.849,3	12,4	44.162,5	163.350,6
ECUADOR	6.757,8	3.682,9	7,6	11.225,1	78.909,2
PARAGUAY	1.130,4	10,1	7,0	2.265,9	31.289,8
PERÚ	16.313,9	7.951,9	7,9	32.551,1	111.899,9



	URUGUAY	3.143,6	93,3	7,1	4.539,2	25.266,9
	VENEZUELA	22.506,7	39.199,2	8,7	42.218,1	418.919,2
2011	ARGENTINA	58.348,3	9.661,1	7,2	73.053,5	439.922,0
	BOLIVIA	1.471,9	1.398,9	5,8	2.479,3	45.715,4
	BRASIL	151.279,5	23.693,3	6,0	236.544,2	1.615.609,1
	COLOMBIA	19.198,2	14.696,8	7,1	42.427,5	196.210,9
	CHILE	24.461,1	14.698,2	11,5	51.521,0	176.212,0
	ECUADOR	7.136,1	3.815,7	6,0	12.885,5	78.200,2
	PARAGUAY	1.112,8	10,7	6,5	2.515,2	31.765,1
	PERÚ	17.292,9	7.963,7	7,7	35.471,8	123.163,6
	URUGUAY	3.233,0	84,5	6,3	4.789,1	25.897,1
	VENEZUELA	23.168,3	39.834,6	8,3	44.062,7	337.800,4

Fuente: Equipo Compilador y Consolidador. Amaury Jimenez, Efrain Cuadro y Francisco Maza

## 5. SELECCIÓN DEL MODELO

El modelo para el cálculo de la eficiencia es el DEA BBC – Input Orientado, debido a que las variables de entrada representan gastos que influyen en los niveles del Producto Interno Bruto, tanto en el sector manufacturero como en el sector minero. Por ello, para que estas Unidades se encuentren en la frontera, es necesario minimizarlas para alcanzar niveles máximos de eficiencia.

El programa computacional utilizado para ejecutar el modelo es el EMS (Efficiency Measurement System), el cual es una aplicación de entorno Windows que se encuentra libremente en la página del autor.

Para ingresar los datos y correr el programa es necesario organizar los datos, en una hoja de cálculo de MS Office Excel en el orden como se presentó en la Tabla 1.

Luego se cargan los datos y se establece qué tipo de modelo se va a utilizar para calcular la eficiencia.

De acuerdo con esto, los resultados obtenidos de los niveles de eficiencia en los países de Latinoamérica, durante los años 2007 hasta el 2011, son los siguientes:



Tabla 2. Resultados del cálculo de Eficiencia bajo el modelo DEA BCC – Input Orientado

Países	2007	2008	2009	2010	2011
ARGENTINA	97,36%	98,49%	100,00%	100,00%	100,00%
BOLIVIA	100,00%	100,00%	94,86%	100,00%	100,00%
BRASIL	100,00%	100,00%	97,22%	100,00%	100,00%
COLOMBIA	100,00%	94,14%	87,06%	90,58%	95,85%
CHILE	96,84%	92,21%	96,27%	100,00%	100,00%
ECUADOR	96,05%	93,16%	87,36%	85,94%	100,00%
PARAGUAY	100,00%	95,47%	91,22%	96,57%	100,00%
PERÚ	100,00%	100,00%	93,89%	100,00%	100,00%
URUGUAY	100,00%	100,00%	100,00%	98,19%	100,00%
VENEZUELA	100,00%	100,00%	100,00%	98,98%	98,02%

Fuente: Elaboración propia. EMS (Efficiency Measurement System).

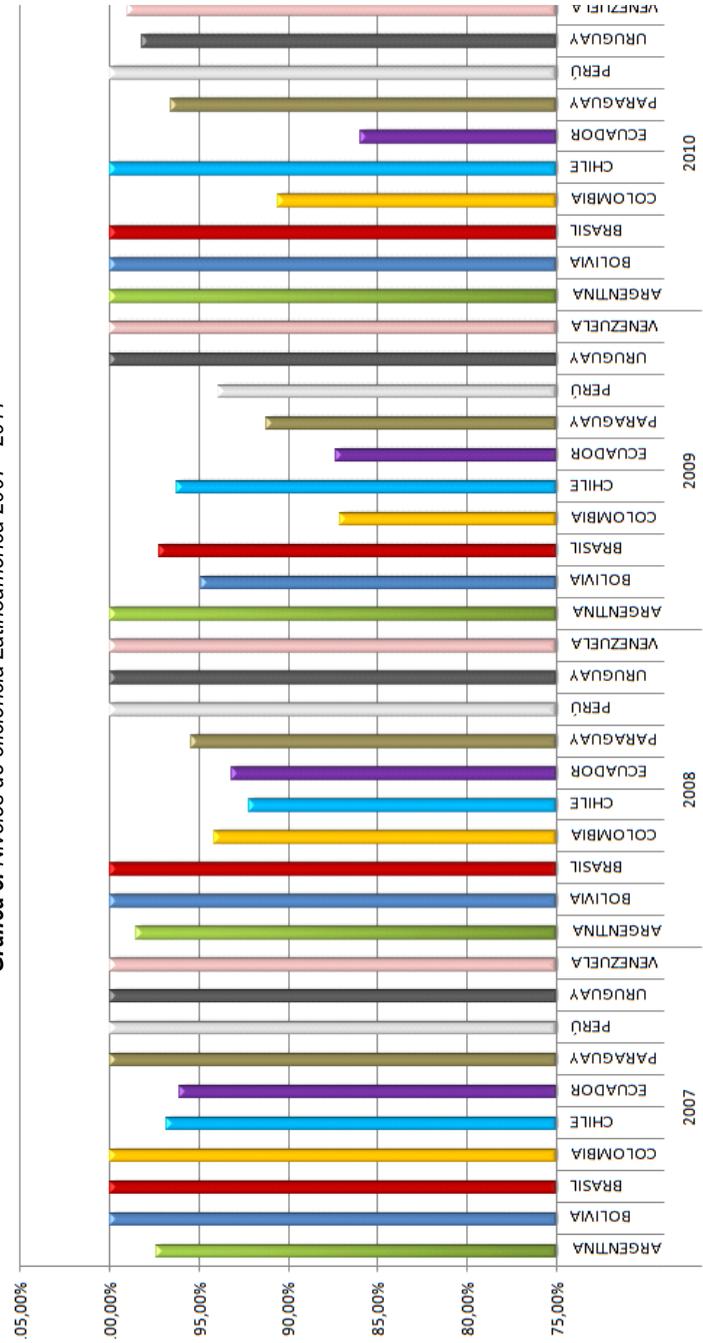
Los valores en color rojo, representan los valores de las eficiencias de los países de Latinoamérica entre el año 2007 y 2011, que se encuentran distantes de la frontera de producción eficiente. Mientras que los valores que se encuentran en negro, representan aquellas unidades Eficientes que se encuentran sobre la frontera de producción. En el caso de Uruguay que es el país de estudio, se puede observar que durante el 2007 hasta el 2009 se encontraba sobre la frontera de producción, luego en el año 2010 solo alcanza un 98,19% de eficiencia, para luego situarse sobre la frontera de producción en el año 2011.

A continuación, se presentan gráficamente los resultados de las eficiencias de los países latinoamericanos.





Gráfica 3. Niveles de eficiencia Latinoamérica 2007 -2011



Fuente: Elaboración propia



Como se puede observar el país que presenta los más altos niveles de eficiencia es Uruguay con un promedio durante los cinco años de estudio, del 99,64%, mientras que Ecuador finaliza el grupo con un promedio del 92,50% en esos cinco años.

A continuación se presenta el Ranking del promedio de las eficiencias durante el 2007 hasta el 2011:

**Tabla 3. Ranking Latinoamérica de Eficiencia (Promedio 2007 –2012)**

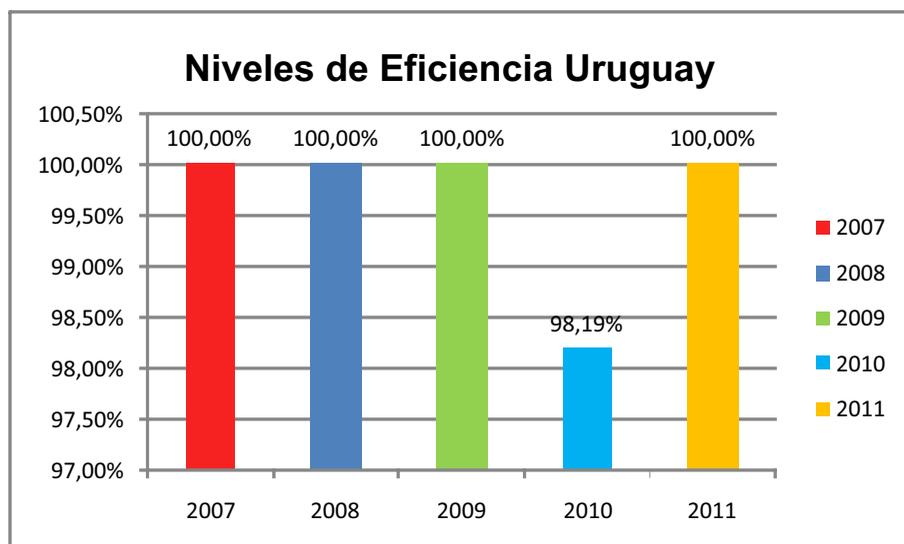
Ranking	Países	Eficiencia
1	URUGUAY	99,64%
2	BRASIL	99,44%
3	VENEZUELA	99,40%
4	ARGENTINA	99,17%
5	BOLIVIA	98,97%
6	PERÚ	98,78%
7	CHILE	97,06%
8	PARAGUAY	96,65%
9	COLOMBIA	93,53%
10	ECUADOR	92,50%

Fuente: elaboración propia

De lo anterior se puede hacer referencia a que Uruguay, durante los años 2007 hasta 2011, dentro de los indicadores macroeconómicos mostrados (Ver Tabla 1), maneja eficientemente sus recursos en cuanto a que probablemente establece políticas para la generación de empleo en la industria manufacturera y minera, haciendo uso de bajos costos en inversión de activos y un óptimo consumo de energía eléctrica en la producción de bienes y servicios, con el fin de incrementar el Producto Interno Bruto, y conformarse como una de las economías más fuertes teniendo en cuenta *solo* las tres variables de entrada (*Tasa de desempleo, Formación Bruta de Capital y Consumo de Energía*) y las variables de salida (*PIB Manufacturero y PIB Minero*).

Ahora se presenta el comportamiento de la eficiencia de Uruguay en los años 2007 hasta el 2012:



**Gráfica 4.** Niveles de eficiencia de Uruguay años 2007 –2011.

Fuente: Elaboración propia

En el año 2010, Uruguay presentó niveles de Ineficiencia del 1,81% en el rendimiento de la economía teniendo en cuenta las variables objeto de estudio. La variable más influyente del modelo es la *Tasa de Desempleo* (Input), debido a que en los resultados arrojados por el programa EMS, presentó más cambios en la asignación automática de los pesos ( $v_t$ ), concluyendo que la *Tasa de Desempleo* representa un rubro significativamente influyente en el crecimiento económico de los países latinoamericanos, ya que representa la fuerza laboral con que cuenta un país para transformar los insumos en bienes y servicios.

A continuación se muestran los rankings con los niveles de eficiencia por período, del más eficiente al menos eficiente:

**Tabla 4.** Ranking de eficiencia Latinoamérica Año 2007

Período	Ranking	DMU	Score
2007	1	BOLIVIA	100,00%
	2	BRASIL	100,00%
	3	COLOMBIA	100,00%
	4	PARAGUAY	100,00%
	5	PERÚ	100,00%
	6	URUGUAY	100,00%
	7	VENEZUELA	100,00%
	8	ARGENTINA	97,36%
	9	CHILE	96,84%
	10	ECUADOR	96,05%

Fuente: elaboración propia



**Tabla 5.** Ranking de eficiencia Latinoamérica Año 2008

Período	Ranking	DMU	Score
2008	1	BOLIVIA	100,00%
	2	BRASIL	100,00%
	3	PERÚ	100,00%
	4	URUGUAY	100,00%
	5	VENEZUELA	100,00%
	6	ARGENTINA	98,49%
	7	PARAGUAY	95,47%
	8	COLOMBIA	94,14%
	9	ECUADOR	93,16%
	10	CHILE	92,21%

Fuente: Elaboración propia

**Tabla 6.** Ranking de eficiencia Latinoamérica Año 2009

Período	Ranking	DMU	Score
2009	1	ARGENTINA	100,00%
	2	URUGUAY	100,00%
	3	VENEZUELA	100,00%
	4	BRASIL	97,22%
	5	CHILE	96,27%
	6	BOLIVIA	94,86%
	7	PERÚ	93,89%
	8	PARAGUAY	91,22%
	9	ECUADOR	87,36%
	10	COLOMBIA	87,06%

Fuente: Elaboración propia

**Tabla 7.** Ranking de eficiencia Latinoamérica Año 2010

Período	Ranking	DMU	Score
2010	1	ARGENTINA	100,00%
	2	BOLIVIA	100,00%
	3	BRASIL	100,00%
	4	CHILE	100,00%
	5	PERÚ	100,00%
	6	VENEZUELA	98,98%
	7	URUGUAY	98,19%
	8	PARAGUAY	96,57%
	9	COLOMBIA	90,58%
	10	ECUADOR	85,94%

Fuente: Elaboración propia

**Tabla 8.** Ranking de eficiencia Latinoamérica Año 2011

**Tabla 8.** Ranking de eficiencia Latinoamérica Año 2011

Período	Ranking	DMU	Score
2011	1	ARGENTINA	100,00%
	2	BOLIVIA	100,00%
	3	BRASIL	100,00%
	4	CHILE	100,00%
	5	ECUADOR	100,00%
	6	PARAGUAY	100,00%
	7	PERÚ	100,00%
	8	URUGUAY	100,00%
	9	VENEZUELA	98,02%
	10	COLOMBIA	95,85%

Fuente: elaboración propia

## 6. CONCLUSIONES

Como conclusión se puede observar que la metodología DEA, cual sea el modelo que se trabaje, permite trabajar con múltiples entradas y múltiples salidas, sin necesidad de establecer hipótesis sobre cuál será la forma de la función de producción, entregando una puntuación de eficiencia para cada Unidad.

Así mismo, permite que los inputs y los outputs puedan ser medidos en diferentes unidades, comparándolas con aquellas que presentan las mejores prácticas observadas, indicando metas para aquellas unidades ineficientes.

En general, la metodología de Análisis Envolvente de Datos, entrega una visión general sobre aspectos administrativos y operacionales de las políticas gubernamentales de los países, en términos de sus indicadores macroeconómicos.



## REFERENCIAS

- Banco de la República, B. C. (2013). *Banco de la República de Colombia*. Recuperado desde: <http://www.banrep.gov.co/es/tasas-empleo-desempleo>
- CEPAL, C. E. (s.f.). *CEPAL*. Recuperado desde: [http://celade.cepal.org/redatam/PRYESP/SISPPI/Webhelp/tasa\\_de\\_desempleo.htm](http://celade.cepal.org/redatam/PRYESP/SISPPI/Webhelp/tasa_de_desempleo.htm)
- Charnes, A., Cooper, W., & Rhodes, E. (1984). *Efficiency characterization in different DEA models Socio-Economic Planing Sciences*. Volumen 22.
- Charnes, A., Cooper, W., & Rhodes, E. (1978). *Measuring the efficiency of decision-making units. European Journal of Operational Research*.
- El Banco Mundial., (s.f.). *El Banco Mundial*. Recuperado desde: <http://datos.bancomundial.org/indicador/NE.GDI.TOTL.ZS>
- El Banco, Mundial., (s.f.). *El Banco Mundial*. Recuperado desde: <http://datos.bancomundial.org/indicador/EG.USE.ELEC.KH.PC>
- Farrell, M. J. (1957). *The measurement of productive efficiency. Journal of the Royal Statistical Society, Series A* 120 (3).
- Gravelle, H., & Rees, R. (1981). *Microeconomía. Prentice Hall*, 3a Edición.
- Rhodes, E. (1978). *Data Envelopment Analysis and Approaches for Measuring the Efficiency of Decisionmaking Units with an Application to Program Follow-Through in U.S. Education Ph. D. dissertation, School of Urban and Public Affairs. Carnegie-Mellon University*.

