DEBATE ECONÓMICO, Vol. 1 (2), No. 2. Mayo-Agosto 2012, pp. 7-33

Enviado: marzo 2012.
Aceptado: Agosto 2012.

Momios de apuestas en mercados predictivos sobre resultados electorales

Ignacio Luna-Espinoza[1]
Osval Antonio Montesinos-López[2]

Resumen

Con el auge de la comunicación vía internet, en las últimas décadas han proliferado los mercados predictivos sobre resultados electorales. Así, por ejemplo, se han establecido mercados de apuesta para predecir la elección del presidente de Estados Unidos, Rusia, México, Venezuela, entre otros. Estos mercados asumen que la elección de los contendientes se rige por leyes probabilísticas. Con base en este supuesto se proporcionan probabilidades de que cada candidato gane la contienda electoral y los momios de apuesta respectivos. En este escenario de predicciones surgen las siguientes interrogantes: ¿cómo se establece la relación entre las probabilidades de ganar y los momios de apuesta?, ¿cómo se diseñan estrategias de apuesta? Este trabajo presenta detalladamente el resultado que indica la relación entre la probabilidad de ganar del contendiente y el momio de apuesta para que el mercado sea justo. También se analizan mercados predictivos de comicios electorales en Estados Unidos y

[1] Universidad del Istmo-Campus Ixtepec *(iluna@bianni.unistmo.edu.mx).*
[2] Facultad de Temática. Universidad de Colima *(oamontesl@ucol.mx).*

México. Finalmente se exponen algunas consideraciones sobre el teorema del arbitraje, la actividad de este tipo de mercados y la relación entre las estrategias de apuesta y las probabilidades de ganar estimadas de cada candidato.

Palabras clave: mercado de predicción, momio de apuesta, teorema de arbitraje.

Abstract

Markets that make electoral predictions have proliferated during the past decades along with the rise in internet communication. For example, gambling markets have been established for the prediction of presidential elections in the United States, Russia, Mexico, and Venezuela, among others. These markets assume that elections are governed by the laws of probability. Based on this assumption, the probability of a candidate´s electoral victory is estimated, and the corresponding odds are given. This prediction scenario prompts the following question: How is the relationship between the probability of winning and betting odds established? How are betting strategies designed? This paper presents detailed indices of the kind of relationship between calculating probability and laying odds that a fair market requires. Market predictions of the US and Mexican elections are also analyzed. Finally, behavior in predictive market, the relationship between betting strategies and the probability of a candidate and the probability of a candidate´s victory as well as the arbitrage theorem are all considered.

Key words: prediction market, odds, arbitrage theorem.

Introducción

Las encuestas sobre preferencias electorales en elecciones democráticas han proliferado en las últimas décadas, a tal grado que actualmente existe un sinnúmero de empresas encuestadores que predicen, con cierto margen de error, el futuro candidato ganador en comicios importantes alrededor del mundo. Sin embargo, lo que más llama la atención de diversos analistas, es el negocio de contratos sobre resultados electorales en mercados predictivos, como intrade y Iowa Electronic Market.[3] En estos mercados se apuestan a contendientes de alcaldías, gubernaturas, presidencias, legislaturas, entre otros cargos políticos.

Los mercados predictivos sobre resultados electorales no son nuevos. Estos aparecieron a mediados del siglo XIX en Estados Unidos, llegando a cotizar y dominar el volumen de transacciones en Wall Street, aunque al principio fueron mercados ilegales (Rhode y Strumpf, 2004). En ese país, la contienda electoral que registró la cantidad apostada más alta fue la elección presidencial de 1916, fecha en la cual se apostaron alrededor de 165 millones de dólares en el mercado de Nueva York (en dólares del año 2002), siendo el volumen de apuestas más de 200 veces mayor que la cantidad apostada más alta en cualquier otra elección registrada en historia de Iowa Electronic Market (Berg *et al*., 2003).

Los mercados sobre resultados electorales han crecido significativamente a la par de la popularidad del internet, debido a la rapidez para atraer un gran número de participantes que predicen y apuestan, no sólo a sus candidatos preferidos, sino a los que según sus estimaciones tienen más posibilidades de ganar (Rhode y Strumpf, 2008).

En el caso de México, estos mercados han incluido sólo la elección presidencial a partir del año 2006. Así, por ejemplo, el 6 de marzo de 2006, la casa de apuestas Intrade tenía los momios de apuesta 17/100, 24/100 y 59/100 para los candidatos de los partidos PRI (rojo), PAN (azul) y PRD (amarillo), respectivamente. Un título a favor del candidato rojo costaba 17 dólares. Si el candidato rojo ganara la elección, el poseedor del título recibiría 100 dólares, de otra forma perdería 17 dólares;

[3] Los sitios “web” de las casas de apuestas Intrade y Iowa Electronic Market son: www.intrade.com y “tippie.uiowa.edu/iem/markets/pres12.html”, respectivamente. (consultado: 4 de agosto de 2012).

es decir, por cada dólar apostado al candidato rojo se recibirían 4.88 dólares si este resultara vencedor. Es de señalarse que el candidato rojo no ganó la elección, por consiguiente el poseedor del título perdió 17 dólares si lo compró en tal fecha y esperó el ejercicio del mercado.

El sistema de apuestas sobre predicciones electorales es un mercado. En estas circunstancias un apostador tendrá la opción de comprar sólo las acciones que estén en venta. Si el jugador desea comprar determinada cantidad de acciones pero nadie está vendiendo, entonces no podrá cumplir sus aspiraciones aun disponiendo de capital suficiente. Así pues, en el sistema de apuestas participan compradores y vendedores.

Cuando se decide apostar a un resultado electoral simple, se tiene un experimento binomial, con los resultados éxito o fracaso. Si el apostador pronostica la ocurrencia del evento, tendrá la alternativa de comprar acciones. Por otro lado, si prevé que el evento no sucederá, entonces actuará como vendedor. Obviamente los apostadores, compradores y vendedores, tendrán beneficios o pérdidas cuando el mercado esté resuelto, es decir, hasta que se conozca oficialmente el resultado de la contienda electoral.

Es preciso señalar que las casas de apuestas definen los sistemas de juegos, existiendo la posibilidad de no corresponder con todos los resultados posibles de una contienda. Por ejemplo, en la elección presidencial de México en 2006, en intrade solo se podía apostar a los contendientes de los partidos rojo, amarillo y azul, aunque oficialmente hubo otros dos candidatos registrados en el Instituto Federal Electoral (IFE). En Intrade no existían los eventos de que ganaran cualquiera de los otros dos contendientes ni se permitía el evento empate. Además, si un acontecimiento ligado al mercado de apuestas se cancela o no se ejerce por cualesquier razón, las casas de apuestas suspenden las negociaciones y revierten todas las operaciones previas, aunque las comisiones por haber participado en el mercado generalmente no se reintegran.

Cuando se conoce el resultado de la contienda electoral, si el evento ocurrió, el precio de acción de venta será de cero dólares y la acción de compra cotizará en una cantidad mayor que cero, $C_c > 0$. En este escenario, si el comprador pagó la cantidad h, $0 < h < C_c$, por acción, entonces tendrá un beneficio de $C_c - h > 0$ unidades monetarias por acción comprada, mientras el vendedor perderá la cantidad $C_c - h > 0$. De forma inversa, si el evento no ocurre, la acción de venta tendrá un valor mayor que cero, $C_v > 0$, y la acción de compra cotizará en cero dólares. En tal caso, el jugador que vendió tendrá una ganancia de $C_v > 0$ unidades monetarias por acción, mientras quien compró habrá perdido la misma cantidad $C_v > 0$. Note que en este mercado de predicciones, las ganancias de un jugador provienen de las pérdidas de quien predijo erróneamente, no de la casa de apuestas. Esta misma generalmente cobra una comisión por participar en el mercado.

En el mercado no se tiene la restricción de apostar a eventos simples, se pueden arriesgar cantidades monetarias apostando a todos los resultados establecidos. En estas circunstancias, si un jugador decide participar en el mercado predictivo de una determinada contienda electoral, sin duda se hará las siguientes preguntas: ¿Cómo establecer una estrategia de apuesta para maximizar su ganancia?, ¿existirá una estrategia que asegure ganancia sin importar el resultado (j , $j = 1, 2, ..., m$) de la elección? En la siguiente sección se expone detalladamente el resultado que da respuesta a las preguntas planteadas, el teorema de arbitraje. Posteriormente se analizan contiendas electorales en México y Estados Unidos. Finalmente se comenta brevemente la importancia del teorema de arbitraje en el mercado de predicciones, particularmente en el de resultados electorales.

Escenario de juego

Entenderemos por juego a una situación interactiva definida por un conjunto de integrantes, las diferentes trayectorias que puedan seguir los participantes y el conjunto de utilidades o pérdidas. De aquí en adelante se llamará juego a la contienda electoral. En el juego se tienen m resultados diferentes regidos por leyes probabilísticas, sobre los cuales se definen n apuestas, de tal manera que por cada unidad monetaria jugada sobre la apuesta i, se recibe la cantidad $r_{x_i}(j)$ si el resultado del juego es j.

En el juego se permite apostar simultáneamente a todas las apuestas. Por lo tanto, si x_i es la cantidad jugada sobre la apuesta i, el vector $\tilde{x} = (x_1, x_2, ..., x_n)$ define una estrategia de apuesta con una ganancia promedio igual a:

$$\text{«} = x_1 r_{x_1}(j) + x_2 r_{x_2}(j) + ... + x_n r_{x_n}(j) = \sum_{i=1}^{n} x_i r_{x_i}(j) \qquad (1)$$

si el resultado del juego es j. En el juego los participantes establecen sus estrategias para maximizar sus ganancias. Dada la información disponible, cada estrategia se hace explícita al comprar o vender acciones y prescribe cada decisión que los agentes deben tomar durante el transcurso del mismo.

La cantidad jugada x_i a la apuesta i puede ser cualquier valor real, inclusive un número negativo. Cuando x_i es negativa, suele interpretarse de la siguiente forma: $x_i r_{x_i}(j)$ representa la ganancia para $i \neq j$, es decir, cuando no sucede el resultado i; equivalentemente, $x_i r_{x_i}(j)$ denota la pérdida para $i = j$, es decir, cuando sucede i. Así, sobre los m resultados del juego y las n apuestas definidas, existe una infinidad de estrategias de juego.

Note que si la ganancia esperada (ecuación 1) es positiva, es decir « > 0, entonces el juego es favorable. De manera similar, si « < 0, el juego es desfavorable; y si « $= 0$, el juego es justo. La ganancia esperada « dependerá de la estrategia de apuesta $\tilde{x} = (x_1, x_2, ..., x_n)$ y de cada una de las probabilidades de los resultados, j, $j = 1, 2, ..., m$. Obviamente, todos los jugadores desearían que el juego fuera favorable, formalmente se dice que existiera oportunidad de arbitraje. Por otro lado, se da por hecho que se opta por no participar cuando el juego es desfavorable (« < 0).

Teorema de arbitraje

Bajo el escenario de juego sobre el cual se dedujo la ecuación (1), la ganancia esperada es igual a:

$$« = x_1 r_{x_1}(j) + x_2 r_{x_2}(j) + ... + x_n r_{x_n}(j) = \sum_{i=1}^{n} x_i r_{x_i}(j)$$

por utilizar la estrategia de apuesta $\tilde{x} = (x_1, x_2, ..., x_n)$.

Si x_{n+1} es la cantidad mínima que el participante desea ganar independientemente del resultado (j, $j = 1, 2, ..., m$) del juego, entonces el participante desea

Maximizar

$$x_{n+1} \qquad (2)$$

sujeto a:

$$\begin{aligned} &x_1 r_{x_1}(1) + x_2 r_{x_2}(1) + ... + x_n r_{x_n}(1) \geq x_{n+1} \\ &x_1 r_{x_1}(2) + x_2 r_{x_2}(2) + ... + x_n r_{x_n}(2) \geq x_{n+1} \\ &\vdots \\ &x_1 r_{x_1}(m) + x_2 r_{x_2}(m) + ... + x_n r_{x_n}(m) \geq x_{n+1} \end{aligned}$$

La expresión $x_1 r_{x_1}(1) + x_2 r_{x_2}(1) + ... + x_n r_{x_n}(1)$ denota la ganancia del participante cuando sucede el resultado 1; $x_1 r_{x_1}(2) + x_2 r_{x_2}(2) + ... + x_n r_{x_n}(2)$ expresa la ganancia para el resultado 2, y así sucesivamente hasta la expresión $x_1 r_{x_1}(m) + x_2 r_{x_2}(m) + ... + x_n r_{x_n}(m)$, la cual denota la ganancia del participante cuando se tiene el resultado m, aunque sólo sucede uno y sólo un resultado entre los m posibles. Note que el modelo (2) define un programa de optimización lineal, por lo tanto, para determinar la estrategia de apuesta que produzca una ganancia deseada mínima x_{n+1}, se debe encontrar la solución del programa lineal (2).

El modelo (2) es equivalente a:

Maximizar x_{n+1} (3)

sujeto a:

$$-x_1 r_{x_1}(1) - x_2 r_{x_2}(1) - ... - x_n r_{x_n}(1) \le -x_{n+1}$$
$$-x_1 r_{x_1}(2) - x_2 r_{x_2}(2) - ... - x_n r_{x_n}(2) \le -x_{n+1}$$
$$\vdots$$
$$-x_1 r_{x_1}(m) - x_2 r_{x_2}(m) - ... - x_n r_{x_n}(m) \le -x_{n+1}$$

Sean $a_{i,j} = -r_{x_i}(j)$ para $i = 1, 2, ..., n$, $j = 1, 2, ..., m$, y $a_{n+1,j} = 1$ para $j = 1, 2, ..., m$.

Reescribiendo el modelo (3), éste es igual a:

Maximizar $0x_1 + 0x_2 + ... + 0x_n + x_{n+1}$ (4)

sujeto a: $a_{1,1}x_1 + a_{2,1}x_2 + ... + a_{n,1}x_n + a_{n+1,1}x_{n+1} \le 0$

$$a_{1,2}x_1 + a_{2,2}x_2 + ... + a_{n,2}x_n + a_{n+1,2}x_{n+1} \le 0$$
$$\vdots$$
$$a_{1,m}x_1 + a_{2,m}x_2 + ... + a_{n,m}x_n + a_{n+1,m}x_{n+1} \le 0$$

Al modelo (4) se le llama programa lineal primario. Asimismo, el programa lineal dual (ver anexo A) del modelo (4) es igual a:

Minimizar

$$0y_1 + 0y_2 + \ldots + 0y_m \qquad (5)$$

sujeto a: $a_{1,1}y_1 + a_{1,2}y_2 + \ldots + a_{1,m}y_m = 0$

$a_{2,1}y_1 + a_{2,2}y_2 + \ldots + a_{2,m}y_m = 0$

$\vdots$

$a_{n,1}y_1 + a_{n,2}y_2 + \ldots + a_{n,m}y_m = 0$

$a_{n+1,1}y_1 + a_{n+1,2}y_2 + \ldots + a_{n+1,m}y_m = 1 \qquad$ (5a)

$y_j \geq 0$, para toda $j = 1, 2, \ldots, m$.

Nótese que en la ecuación (5a), $a_{n+1,j} = 1$ para toda $j = 1, 2, \ldots, m$. Por lo tanto, el modelo (5) es equivalente a:

Minimizar:

$$0y_1 + 0y_2 + \ldots + 0y_m \qquad (6)$$

sujeto a: $a_{1,1}y_1 + a_{1,2}y_2 + \ldots + a_{1,m}y_m = 0$

$a_{2,1}y_1 + a_{2,2}y_2 + \ldots + a_{2,m}y_m = 0$

$\vdots$

$a_{n,1}y_1 + a_{n,2}y_2 + \ldots + a_{n,m}y_m = 0$

$y_1 + y_2 + \ldots + y_m = 1$ ………(6a)

$y_j \geq 0$, para toda $j = 1, 2, \ldots, m$.

La ecuación (6a) define un vector de probabilidades, el cual tiene las propiedades $y_j \geq 0$, para toda $j = 1, 2, ..., m$ y $y_1 + y_2 + ... + y_m = 1$.

Por otro lado, de acuerdo al teorema de dualidad, se tiene que, dado un programa lineal primario y su correspondiente programa dual, uno y sólo uno de los siguientes tres casos puede ocurrir (Prawda 2004; Ross, 1999):

1. Si un programa primario y su respectivo dual tienen soluciones factibles, entonces ambos tienen soluciones óptimas, y el valor máximo óptimo del programa primario es igual al valor mínimo óptimo del programa dual.

2. Si el programa primario no tiene soluciones factibles y el programa dual tiene al menos una solución, entonces el dual tiene una solución óptima no acotada. Por otro lado, si el programa dual no tiene soluciones factibles y el programa primario tiene al menos una solución, entonces el programa primario tiene una solución óptima no acotada.

3. Ambos programas lineales, el primario y dual, no tienen solución.

Al analizar los modelos primario (2) y su dual (6) se tiene el siguiente resultado, conocido como teorema de arbitraje:

a. El vector de apuesta $\tilde{x}_o = \left(x_1 = 0,\, x_2 = 0, ..., x_n = 0,\, x_{n+1} = 0\right)$ es una solución factible para el modelo lineal primario, en cuyo caso la función objetivo es igual a cero. Si $\tilde{y}_o = \left(y_1, y_2, ..., y_n\right)$ es una solución factible del programa dual, es decir, que cumpla simultáneamente con cada una de las restricciones del programa (6), entonces el valor óptimo de la función objetivo del programa dual es igual a cero e igual al valor óptimo de la función objetivo del programa primario. Bajo este escenario existe un vector de probabilidades $\left(y_1, y_2, ..., y_m\right)$, $y_j \geq 0$

para toda $j = 1, 2, ..., m$ y $y_1 + y_2 + ... + y_m = 1$, que ocasiona que la ganancia esperada por la estrategia de apuesta $\tilde{x}_o = (x_1 = 0, x_2 = 0, ..., x_n = 0, x_{n+1} = 0)$ sea igual a cero sin importar el resultado del juego.

b. El programa lineal primario (2) tiene al menos una solución factible, $\tilde{x}_o = (x_1 = 0, x_2 = 0, ..., x_n = 0, x_{n+1} = 0)$, y si para el programa dual (7) no existe un vector de probabilidades $(y_1, y_2, ..., y_m)$, $y_j \geq 0$, para toda $j = 1, 2, ..., m$ y $y_1 + y_2 + ... + y_m = 1$, que simultáneamente haga verdad a cada una de las restricciones

$$\begin{aligned} a_{1,1}y_1 + a_{1,2}y_2 + ... + a_{1,m}y_m &= 0 \\ a_{2,1}y_1 + a_{2,2}y_2 + ... + a_{2,m}y_m &= 0 \\ &\vdots \\ a_{n,1}y_1 + a_{n,2}y_2 + ... + a_{n,m}y_m &= 0 \end{aligned}$$

entonces, de acuerdo al teorema de dualidad, el programa lineal primario tiene una solución óptima no acotada, y en consecuencia existe una estrategia de apuesta $x = (x_1, \ x_2, \ ..., \ x_n)$ que asegura ganancia esperada positiva, $« = x_1 r_{x_1}(j) + x_2 r_{x_2}(j) + ... + x_n r_{x_n}(j) > 0$, independientemente del resultado j, $j = 1, 2, ..., m$, de la contienda electoral.

El teorema de arbitraje expone que para que el mercado de predicciones electorales sea justo, debe existir un vector de probabilidades que haga que la ganancia esperada de cualquier estrategia de apuesta sea igual a cero. Si no existe tal vector, entonces es posible encontrar una estrategia de apuesta que asegura ganancia positiva sin importar el resultado de las elecciones.

Análisis de mercados predictivos de contiendas electorales

a) Elección presidencial en México, 2006

La casa de apuestas Intrade, casa de apuestas referentes a eventos sobre deportes, entretenimiento, estado del tiempo, negocios, finanzas, política, entre otros, proporcionó el 6 de marzo de 2006, los momios de apuestas 17/100, 24/100 y 59/100 para los candidatos rojo, azul y amarillo, respectivamente; los cuales contendían en la elección presidencial de México en el año 2006. En estas circunstancias, poseer un título del candidato rojo tenía un costo de 17 dólares. Si el candidato rojo ganara la elección, entonces el poseedor del título recibiría 100 dólares, obteniendo una ganancia de 83 dólares. Sin embargo, si el candidato rojo no ganara la elección, entonces el poseedor del título perdería 17 dólares. En otras palabras, por cada dólar que se apostara al candidato rojo, se recibirían 4.88 dólares de ganancia si éste resultara ganador. También, por cada dólar que se apostara al candidato azul, si éste resultara ganador, entonces se recibirían 3.16 dólares de ganancia, y por cada dólar que se apostara al candidato amarillo, se recibirían 0.69 dólares de ganancia si éste resultara ganador (ecuación 7a).

Sea $j=1$ si resultara ganador el candidato rojo, $j=2$ si ganara el candidato azul y $j=3$ si ganara el candidato amarillo. Así, la función de ganancia $r_{x_i}(j)$ es igual a:

$$r_{x_i}(j) = \begin{cases} 83, & para\ i = j = 1 \\ -17, & para\quad i \neq j \end{cases} \qquad (7)$$

$$r_{x_i}(j) = \begin{cases} 76, & para\ i = j = 2 \\ -24, & para\quad i \neq j \end{cases}$$

$$r_{x_i}(j) = \begin{cases} 41, & para\; i = j = 3 \\ -59, & para \quad i \neq j \end{cases}$$

Equivalentemente, en términos del beneficio esperado por unidad monetaria apostada se tiene que:

$$r_{x_i}(j) = \begin{cases} 4.88, & para\; i = j = 1 \\ -1, & para \quad i \neq j \end{cases}$$

$$r_{x_i}(j) = \begin{cases} 3.16, & para\; i = j = 2 \\ -1, & para \quad i \neq j \end{cases} \qquad (7a)$$

$$r_{x_i}(j) = \begin{cases} 0.69, & para\; i = j = 3 \\ -1, & para \quad i \neq j \end{cases}$$

De acuerdo a las restricciones del programa lineal (6), para que no exista una estrategia de apuesta que asegure ganancia esperada positiva sin importar el resultado del juego, debe existir un vector de probabilidades $\left(P_1, P_2, P_3\right)$, $P_j \geq 0$ para $j = 1, 2, ..., 3$, tal que haga que la ganancia esperada de cualquier estrategia de apuesta sea igual a cero, es decir, debe existir P_1, P_2, P_3 tal que:

$$\text{«}_1 = 83P_1 - 17(1 - P_1) = 0 \qquad (8)$$

$$\text{«}_2 = 76P_2 - 24(1 - P_2) = 0$$

$$\text{«}_3 = 41P_3 - 59(1 - P_3) = 0$$

Al resolver cada ecuación en términos de P_j, $j = 1, 2, 3$, se tiene que:

$$P_1 = \frac{17}{17 + 83} = 0.17$$

$$P_2 = \frac{24}{24 + 76} = 0.24$$

$$P_3 = \frac{59}{41+59} = 0.59$$

Además $P_1 + P_2 + P_3 = 0.17 + 0.24 + 0.59 = 1$. Por lo tanto, no existe una estrategia de apuesta que asegure ganancia sin importar el candidato ganador, asumiendo que el proceso electoral se rige por leyes probabilísticas. Así, existe riesgo de perder dinero independientemente de las acciones que adquiera el jugador.

El establecimiento de los momios para este juego de apuesta, obviamente se determinó con base en las probabilidades de que el candidato respectivo ganara la elección. La casa de apuestas Intrade proporcionó las probabilidades haciendo sus propias estimaciones. Sin embargo, aún con información objetiva, es decir, la utilización de datos, las estimaciones de P_1, P_2, P_3 varían acorde a las variables consideradas en dichas estimaciones, e incluso de acuerdo a la incorporación de información subjetiva por parte de quienes participan en la determinación de las estimaciones. Si un jugador discrepara de las probabilidades estimadas por la casa de apuestas Intrade, entonces tendrá la oportunidad de establecer su estrategia de apuesta, de tal forma que la probabilidad de que obtuviera ganancia positiva fuera alta, próxima a 1.

b) Elección presidencial en México, 2012

En la competencia electoral a la presidencia de México, 2012, el 22 de marzo este año, la casa de apuestas Intrade asignó las primeras probabilidades de 0.7, 0.2 y 0.1 a los candidatos de los partidos rojo, azul y amarillo (figura 1), respectivamente, es decir, el candidato rojo tenía más posibilidad de ganar, seguido de la candidata azul, con menor oportunidad el candidato amarillo e insignificante la probabilidad de otro candidato. Además, en el resultado final, el mercado cerraría en 0.00 dólares si el candidato al que se le apostó no ganara la elección o $C_c = 10$ dólares si lo ganara.

Si las probabilidades asignadas fueran las verdaderas posibilidades de que los candidatos ganaran la contienda, entonces, de acuerdo al teorema de arbitraje, para que el sistema de apuesta sea justo, los precios de las acciones de compra debieron ser de h=7.00 dólares para el candidato rojo, h=2.00 dólares para la candidata azul y de h=1.00 dólar para el candidato amarillo. Así, un comprador de acciones para el candidato rojo ganaría $C_c - h = 10.00 - 7.00 = 3.00$ dólares si éste ganara la elección o perdería $h = 7.00$ dólares en otro caso. Note también que un vendedor de acciones para el candidato rojo perdería $C_c - h = 3.00$ dólares si ganara el candidato rojo y esperaría una ganancia de $h = 7.00$ dólares si cualquier candidato ganara la elección, excepto el candidato rojo. De manera similar, apostar a la candidata azul conllevaría un beneficio de $C_c - h = 10.00 - 2.00 = 8.00$ dólares o una pérdida de $h = 2.00$ dólares si éste ganara o perdiera la elección, respectivamente. Un vendedor de acciones de la candidata azul perdería 8 dólares si ella ganara la contienda y ganaría 2 dólares si cualquier otro candidato resultara ganador. También, la persona que apuesta al candidato amarillo ganaría $C_c - h = 10.00 - 1.00 = 9.00$ dólares si él resultara triunfador, o en su caso perdería $h = 1.00$ dólar. Los $C_c - h = 10.00 - 1.00 = 9.00$ dólares que ganaría provendrían de un vendedor de acciones que pronosticaría equivocadamente la derrota del candidato amarillo cuando él ganara la elección. Los argumentos anteriores son válidos si los jugadores compran acciones y esperan la resolución del mercado, aunque es preciso mencionar que la casa de apuestas permite la venta de acciones antes del resultado final. Así, en el mercado de predicciones electorales, mientras existan ganadores, también habrá perdedores.

Las probabilidades de ganar asignadas a cada candidato no son estables, éstas cambian con el tiempo y, por lo tanto, también los precios de las acciones tanto de compra como de venta (figura 1). Esto hace proliferar las ventas en corto (short selling) y la venta de acciones que previamente se habían comprado, las cuales pueden venderse a un precio más bajo o más alto que el precio de compra. Si se venden acciones de compra a un precio más alto de los que se compró inicialmente, se asegura un beneficio antes de que el mercado esté resuelto; pero si vende a un precio más bajo, se tendrán pérdidas. Esto último se realiza para minimizar pérdidas cuando se pronostica que el mercado se reducirá, tal como sucedió en las apuestas de la elección presidencial de México, 2006, donde el precio de las acciones de compra para el candidato amarillo, las cuales eran las mayores, se redujeron hasta cerrar en cero dólares.

Por otro lado, si se pronostica que el precio del mercado se incrementará, es factible vender las acciones de venta para reducir pérdidas. Por ejemplo, si se vendieron acciones a 7.00 dólares y el precio de las acciones se incrementa a 8.50 dólares, conviene comprar las acciones a 8.50 dólares, teniendo una pérdida momentánea de 1.50 dólares por acción, es decir, se vendió a 7.00 dólares y se compró a 8.50 dólares cada acción, aunque el nuevo problema sería encontrar acciones en venta.

Si se pronostica que el mercado irá a la baja, colocar las acciones de venta generará beneficios. Por ejemplo, si se venden acciones a 7.00 dólares cada una, y el precio se desplaza a 5.50 dólares, entonces conviene comprar estas acciones para obtener una ganancia de 1.50 dólares por acción, pues se compra en 5.50 dólares y se vende en 7.00 dólares. Así, la venta de acciones antes de que el mercado esté resuelto puede aumentar las ganancias o disminuir las pérdidas en caso de que se pronostique incorrectamente.

Para el mercado de apuestas Intrade, el teorema de arbitraje expone que para que no exista oportunidad de asegurar ganancia sin riesgo, el precio de compra h debe ser igual a $10P_i$, donde P es la probabilidad de que el candidato respectivo gane la elección. Note que el precio de compra debe ser igual al precio de venta. Sin embargo, Intrade arroja precios de venta máximos ligeramente menor a los precios de compra (cuadro 1).

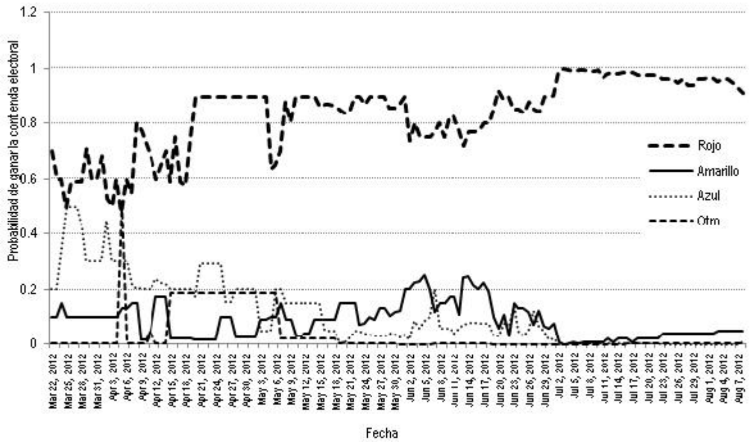

Figura 1. Probabilidades de ganar la elección presidencial de México de acuerdo a la casa de apuestas Intrade, 2012. Las series Rojo, Amarillo, Azul y Otro, hacen referencia a Enrique Peña Nieto, Andrés Manuel López Obrador, Josefina Vázquez Mota y otro candidato, respectivamente. Fuente: elaboración propia con información de Intrade (2012).

Cuadro 1. Precio de las acciones de compra y acciones de venta por candidato presidencial de México-2012, y ganancia/pérdida de acuerdo al éxito o fracaso de la predicción (precios de cierre el 7 de agosto de 2012).[a] Los candidatos Rojo, Amarillo y Azul hacen referencia a Enrique Peña Nieto, Andrés Manuel López Obrador, Josefina Vázquez Mota, respectivamente.

	Candidato X			
	Rojo	Amarillo	Azul	Otro
Probabilidad de ganar asignada al candidato X	**0.945**	**0.048**	**0.001**	**0.004**
Pronóstico: el candidato X gana la elección				
Actividad: compra de acciones				
Precio máximo por acción compra (dólares)	**9.45**	**0.5**	**0.1**	**0.05**
Ganancia por predicción acertada (en dólares)	**0.55**	**9.5**	**9.9**	**9.95**
Perdida por predicción incorrecta (en dólares)	**9.45**	**0.5**	**0.1**	**0.05**
Pronóstico: el candidato X no gana la elección				
Actividad: venta de acciones				
Precio máximo por acción venta (dólares)	**9.3**	**0.4**	**0.03**	**0.02**
Ganancia por predicción acertada (en dólares)	**9.3**	**0.4**	**0.03**	**0.02**
Perdida por predicción incorrecta (en dólares)	**0.7**	**9.6**	**9.97**	**9.98**

[a] Fuente: elaboración propia con información de Intrade (2012).

El sistema Intrade permite apostar simultáneamente a todos los resultados, obviamente primero deben encontrarse las oportunidades en el mercado de predicciones, pues para comprar se necesitan vendedores, y viceversa, para vender se necesitan compradores. Así, por ejemplo, una persona creyente en los momios Intrade, puede comprar acciones para el candidato rojo y vender acciones de los candidatos azul y amarillo, porque está convencido que el candidato rojo ganará la elección, mientras los candidatos amarillo, azul u otro serán los perdedores. Otro jugador puede suponer que el triunfador de la contienda estará entre los candidatos rojo y amarillo, entonces decidirá comprar acciones de los candidatos rojo y amarillo y vender acciones de los candidatos azul y otro. Así, el sistema de juego permite, siempre, diseñar estrategias de apuesta que más convengan a los participantes, pero con las limitantes de la oferta y demanda, propia de los mercados.

El mercado predictivo de apuestas electorales para el caso de México es incipiente. Las primeras apuestas se registraron en la contienda presidencial del año 2006, seguidas de los comicios de 2012. En este escenario, el volumen de operaciones ha sido pequeño (figura 3). Por ejemplo, en los comicios del 2012, las operaciones hechas desde el 22 de marzo hasta el primero de junio del mismo año, no superaron las 200 unidades. Sin embargo, entre el 23 de junio y primero de julio de 2012, el mercado registró la mayor actividad, observándose el máximo de operaciones el primero de julio. En esta fecha la compra de acciones a favor del candidato AMLO fue superior a 1850 unidades.

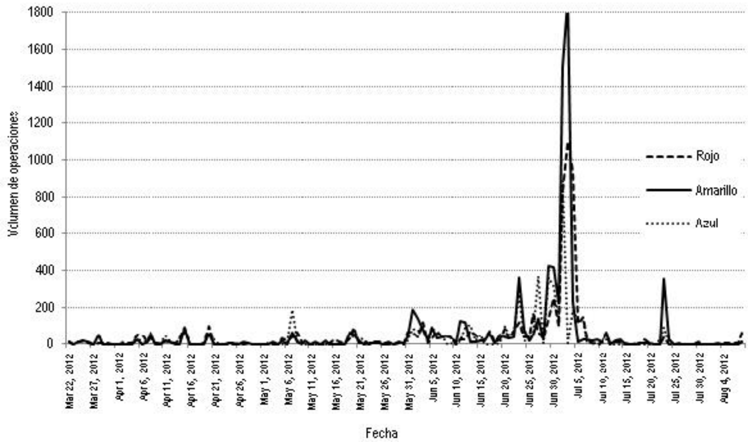

Figura 2. Volumen de operaciones compra-venta de acciones por candidato a la presidencia de México, 2012, en la casa de apuestas Intrade. Las series Rojo, Amarillo y Azul hacen referencia a Enrique Peña Nieto, Andrés Manuel López Obrador y Josefina Vázquez Mota, respectivamente. Se excluye la serie otro candidato por la insignificancia de operaciones. Fuente: elaboración propia con información de Intrade (2012).

c) Elección presidencial en Estados Unidos, 2012

El mercado predictivo sobre resultados electorales que más actividad presenta a nivel mundial, es la elección presidencial de Estados Unidos. Un hecho histórico se registró en la elección presidencial de 1916, que de acuerdo con Berg *et al.* (2003), en esa fecha se apostaron alrededor de 165 millones de dólares (en dólares del 2002).

El mercado predictivo de Estados Unidos registra movimientos varios años antes de que se resuelva el mercado, y a medida que se acerca la fecha de la votación, el volumen de operaciones aumenta (figuras 4 y 5). Por ejemplo, aunque la elección del presidente en 2012 se efectuó el 6 de noviembre, las apuestas a favor de los candidatos demócrata, republicano y otro, iniciaron en noviembre de 2008 (Figura 3). Posteriormente aparecieron mercados más específicos. El 6 de diciembre de 2010, empezaron las apuestas sobre la reelección de Barack Obama, y el 17 de noviembre del mismo año para Mitt Romney. Estos dos candidatos, Obama y Romney, fueron los principales contendientes.

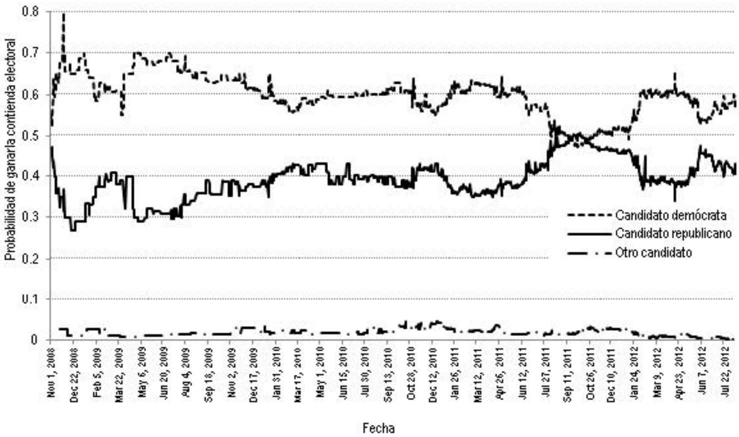

Figura 3. Probabilidades de ganar según partido político en la elección presidencial de Estados Unidos, 2012, de acuerdo a la casa de apuestas Intrade. Fuente: elaboración propia con información de Intrade (2012).

Las series de probabilidades de los dos principales partidos de Estados Unidos, demócrata y republicano, muestran incertidumbre alta. Si bien es cierto que las probabilidades se inclinan ligeramente a favor del partido demócrata, éstas están cercanas a la peor incertidumbre (½), llegando incluso a igualarse en septiembre de 2011. Las probabilidades asignadas a otro partido son estadísticamente insignificantes (figura 3).

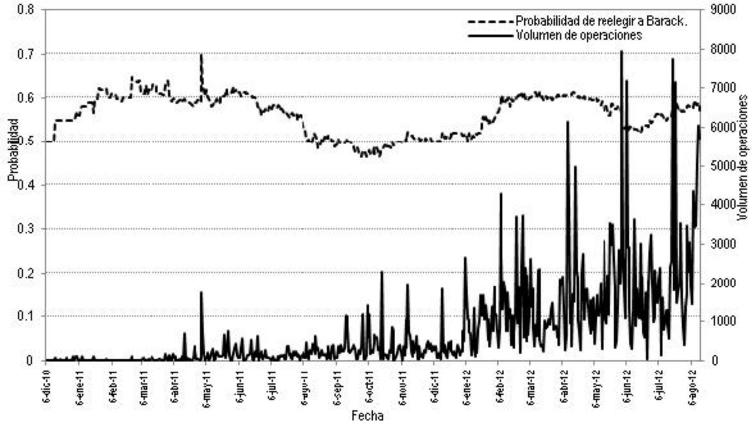

Figura 4. Variación de las probabilidades de reelegir a Barack Obama como presidente de Estados Unidos y volumen de operaciones en el mercado predictivo. Fuente: Intrade.com (consultado: 8 de agosto de 2012).

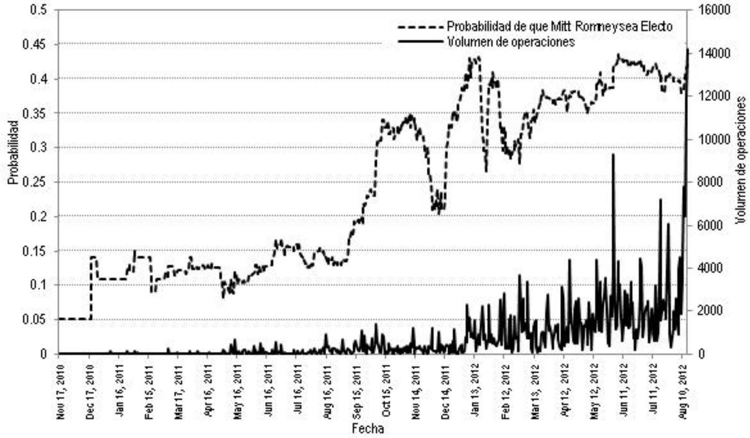

Figura 5. Variación de las probabilidades de elegir a Mitt Romney como presidente de Estados Unidos y volumen de operaciones en el mercado predictivo. Fuente: Intrade.com (consultado: 8 de agosto de 2012).

Consideraciones finales

El arbitraje es la obtención de una ganancia monetaria libre de riesgo por medio de transacciones simultaneas en dos o más mercados (Hull, 1998). En la literatura se asume que la oportunidad de diseñar una estrategia de apuesta para que los apostadores tengan oportunidad de arbitraje no existe, o se presenta por períodos de tiempo muy cortos porque los jugadores que apuestan grandes cantidades de dinero conllevan a que los precios sean justos, mientras los que apuestan pequeñas cantidades terminan gastando sus ganancias en los costos de participación y transacción.

Como mercado predictivo, las apuestas sobre resultados electorales también deben ser justas, es decir, se debe evitar la oportunidad de obtener ganancias libres de riesgo. En este sentido, se han realizado diversas investigaciones sobre la posible manipulación de estos mercados. Hansen *et al*. (2001) reportaron éxito al tratar de manipular los precios en Iowa Electronic Market. Sin embargo, varios estudios, como los efectuados por Camerer (1998), Rhode y Strumpf (2004), muestran que los esfuerzos por manipular los precios de los mercados predictivos son infructuosos. Hanson *et al*. (2005) exponen que la presencia de agentes manipuladores en los mercados predictivos no perjudica las propiedades comerciales y sus intentos de manipulación no tienen efectos significativos en la exactitud de los precios.

Los mercados predictivos, los cuales se basan en la propiedad de agregación de información a los precios (Hayet, 1945; Muth, 1961; Hanson 2006), han mostrado mejor desempeño que los estudios por muestreo al predecir los resultados electorales (Forsythe, 1992). En esta misma tendencia, algunos ejemplos recientes se constatan en los centros de apuestas Iowa Electronic Market e Intrade, donde se han pronosticado correctamente las reelecciones de Puttin en Rusia y Obama en Estados Unidos, además del triunfo de Peña Nieto en la contienda presidencial de México.

Si se asume que el mercado se rige por leyes probabilísticas, el teorema de arbitraje señala que para que no exista ganancia segura independiente del resultado electoral, la relación entre el momio de apuesta (ecuación 7a)

$$r_{x_i}(j) = \begin{cases} g_i, & para\ i = j \\ -1, & para\ \ i \neq j \end{cases}$$

y la probabilidad de ganar P_i del candidato respectivo, debe ser igual a:

$$P_i = \frac{1}{1+g_i},$$

donde g_i representa la ganancia obtenida por unidad monetaria apostada al candidato i (compra de acciones) si éste ganara la elección.

En la práctica, las probabilidades reales P_i son desconocidas y cambian en el tiempo. En este escenario, disponer de estimaciones precisas y exactas ayudaría a definir buenas estrategias de juego. Pero, la pregunta inmediata es: ¿cómo disponer de buenas estimaciones? ¿Las estimaciones que registran los mercados son las pertinentes?

Las casas de apuestas proporcionan estimaciones de las probabilidades de ganar de cada candidato. Con base en éstas, toda persona puede apostar en el mercado de predicciones electorales. ¿Participarán expertos en la compra-venta? La realidad es que los compradores desconocen a los vendedores, y viceversa. Entonces, ¿qué información toman los jugadores para comprar o vender? Sólo ellos conocen el sustento de sus estrategias de apuesta, pudiendo ser objetiva o arbitraria.

Dos características de los mercados predictivos son las siguientes: a) cuando la realidad indica una diferencia grande entre las respectivas probabilidades, los mercados suelen registrar poca actividad. Por ejemplo, la designación de Barack Obama como candidato demócrata a la presidencia de Estados Unidos, prácticamente fue el evento seguro, aunque hubo algunos compradores de acciones a favor de la candidatura de Hillary Clinton, el evento imposible (probabilidad estadísticamente igual a cero); b) por otro lado, si se tienen varios contendientes electorales y las probabilidades son cercanas, es decir, estadísticamente iguales, suele registrarse muchas operaciones, como las apuestas en la elección presidencial de Estados Unidos, 2012.

Por otro lado, existe la posibilidad de que varios jugadores consideren los resultados de muestreo de empresas encuestadoras para formular sus estrategias de apuesta. Para el caso de México, aunque la mayoría de estas empresas se registran ante el Instituto Federal Electoral (IFE), entregan su metodología, bases de datos generadas, incluso información sobre la especialización de los directivos, sus resultados provocan duda, pues al comparar los resultados de las mismas, se observan grandes discrepancias. Algunas de ellas proporcionan estimaciones sesgadas. Las magnitudes de los sesgos se verifican al observar los hechos, muchas veces alejadas de los verdaderos parámetros. Probablemente los estudios por muestreo se utilicen sólo como propaganda electoral, con interés parcial.

Los estudios por muestreo estadístico con la metodología pertinente y estricto rigor científico, producirán resultados exactos, precisos y confiables. Sin embargo, estos resultados demandan varios millones de pesos, ocasionando que las encuestadoras muestren menos del 0.002% del electorado que votará. Así, las estimaciones arrojadas tendrán gran margen de error a excepción de que los estimadores de los parámetros tuvieran varianza cercana a cero. Además, se induce error al realizar el trabajo de campo, pues comúnmente se hacen llamadas telefónicas, se acuden a sitios concurridos para localizar encuestados y no se considera la no respuesta, escenarios ajenos al marco de muestreo, la aleatoriedad y la teoría probabilística que requiere el muestreo estadístico. Sin duda, es necesario reglamentar el levantamiento de encuestas, inspeccionar el trabajo de campo y auditar a las empresas encuestadoras para que éstas no proporcionen información errónea que infunda desconfianza. Aunque al final, el apostador de contiendas electorales decidirá qué información considerar para definir sus estrategias de apuestas. Si un jugador estima que las proporciones de la casa de apuestas son incorrectas, puede diseñar su estrategia de apuesta y buscar compradores y vendedores de acciones para asegurar ganancia independientemente del resultado electoral.

Referencias

- Berg, J., Forrest, N. and Rietz, T. (2003). *“Accuracy and forecast standard error of prediction markets. University of Iowa”*.

- Camerer, C. (1998). *“Can asset markets be manipulated? A field Experiment with race-track betting”. Journal of Political Economy”*. No. 160, 457-482.

- Forsythe, R., Nelson, F., Neumann, G., Wright, J., (1992). *“Anatomy of an experimental political stock market”*. American Economic Review No. 82, 1142-1161.

- Hansen, J., Schmidt, C., Strobel, M., (2001). *“Manipulation in political stock markets – preconditions and evidence. Tech. rep. 2001-2061”*.

- Hanson, R., Oprea, R., Porter, D., (2006). *“Information aggregation and manipulation in an experimental market”. Journal of Economic Behavior and Organization*”, 60(2), 449-459.

- Hayek, F., 1945. *“The use of knowledge in society”*. American Economic Review, 35, 519-530.

- Hull, J., C., (1998). *"Introduction to Futures and Options Markets"*. Prentice Hall. UK.

- Muth, J., (1961). "*Rational expectations and the theory of price movements"*. Econometrica, 29, 315-335.

- Prawda, J., (2004). "*Métodos y modelos de investigación de operaciones: modelos determinísticos*". Limusa-Noriega Editores. México, D. F.

- Rhode, P. W., Strumps, K., (2008). *"Historical Election Betting Markets: And International Perspective"*. Department of Economics. Univ. of Arizona. p 17.

- Rhode, P. W., Strumpf, K., (2004). *"Historical Presidential Betting Markets"*. Journal of Economic Perspectives. 18(2), 127-142.

- Ross, S. M., (1999). *"An introduction to mathematical finance: options and other topics"*. Cambridge University Press. New York, NY USA.

ANEXO

El programa lineal primario

Maximizar $Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n$

sujeto a: $a_{1,1}x_1 + a_{1,2}x_2 + \ldots + a_{1,n}x_n \leq b_1$

$a_{2,1}x_1 + a_{2,2}x_2 + \ldots + a_{2,n}x_n \leq b_2$

$\vdots$

$a_{m,1}x_1 + a_{m,2}x_2 + \ldots + a_{m,n}x_n \leq b_m$

x_i no restringida, $i = 1, 2, \ldots, n$

tiene asociado el siguiente programa dual

Minimizar $G = b_1y_1 + b_2y_2 + \ldots + b_my_m$

sujeto a: $a_{1,1}y_1 + a_{2,1}y_2 + ... + a_{m,1}y_m = c_1$

$$a_{1,2}y_1 + a_{2,2}y_2 + ... + a_{m,2}y_m = c_2$$

$$\vdots$$

$$a_{1,n}y_1 + a_{2,n}y_2 + ... + a_{m,n}y_m = c_n$$

$y_i \geq 0$, para $i = 1, 2, ..., m$