Contratos gerenciales y competencia en precios o cantidades como herramientas estratégicas en un duopolio diferenciado*

*Monique Castillo Velosa***
*Flavio Jácome Liévano****

* Este artículo se desarrolló como trabajo de grado en el programa de Maestría en Economía, en el marco de las líneas de investigación del grupo de Política social del Departamento de economía de la Facultad de ciencias económicas y administrativas de la Pontificia Universidad Javeriana, Bogotá. El artículo se recibió el 22-02-11 y se aprobó el 08-06-11.

** Magister en Economía, Pontificia Universidad Javeriana, Bogotá, Colombia, 2010. Economista, Pontificia Universidad Javeriana, Bogotá, Colombia, 1991. Pontificia Universidad Javeriana, Facultad de Ciencias económicas y administrativas, Directora del Programa de Educación Continua. Correo electrónico: mcastill@javeriana.edu.co.

*** Doctor en Economía, Universidad del País Vasco, Bilbao, España, 2001. Magister en Economía, Pontificia Universidad Javeriana, Bogotá, Colombia, 1987. Ingeniero Eléctrico de la Universidad de los Andes, Bogotá, Colombia, 1983; Profesor Asociado de la Pontificia Universidad Javeriana, Facultad de Ciencias económicas y administrativas, Departamento de Economía, Grupo de investigación de Política social. Correo electrónico: fjacome@javeriana.edu.co.

Contratos gerenciales y competencia en precios o cantidades como herramientas estratégicas en un duopolio diferenciado

Resumen

Este artículo analiza un duopolio diferenciado en el que cada empresa puede utilizar dos herramientas estratégicas para competir con su rival: contratos gerenciales y contratos de precios o cantidades. Utilizando teoría de juegos no cooperativos, en equilibrio se encuentra que: i) cuando las empresas no contratan gerentes, con bienes sustitutos (complementarios), los contratos de cantidades (precios) son una estrategia dominante; ii) cuando las empresas contratan gerentes, para bienes sustitutos y complementarios los contratos de precios son una estrategia dominante; iii) cuando las empresas pueden elegir si contratan gerentes, con bienes sustitutos una de las empresas contrata gerente y elige cantidades y la otra no lo contrata y elige cantidades o precios; con bienes complementarios ambas contratan gerente y eligen precios. iv). El mayor nivel de bienestar social se logra cuando las empresas eligen contratos de precios y no contratan gerentes. Sin embargo, el bienestar social asociado a todos los resultados de equilibrio, es inferior.

Palabras clave:
Contratos de incentivos, competencia, duopolio diferenciado, equilibrio de Nash perfecto en subjuegos.

Clasificación JEL: C72, D43, L13.

Management contracts and competition in prices or quantities as strategic tools for differentiated duopoly

Abstract

This article analyzes a differentiated duopoly, in which each business use twos strategic tools to compete with its rival: management incentive contracts, and a choice between prices and quantities. Using the non-cooperative game theory, it is found in equilibrium that (i) when the businesses (i) do not hire managers with substitute (complementary) price contracts are the dominant strategy; with complementary items, quantity (price) contracts become the dominant strategy; (ii) when the companies can choose whether to hire managers for substitute or complementary goods, price contracts are the dominant strategy; (iii) when they can choose whether to hire managers, and agree with consumers, with substituted goods, one of the companies hires a manager and selects quantities, and the other does not hire, and selects quantities or prices; when they are complementary, both hire a manager and choose prices, and (iv) The greatest levels of social welfare is obtained when the businesses do not hire managers and make price contracts. However, the social welfare associated with the results of equilibrium is, in all cases, lower than optimum.

Keywords:
Iincentive contracts, competition, differentiated duopoly, Nash equilibrium perfect in subsets.

Contratos gerenciais e concorrência em preços ou quantidades como ferramentas estratégicas em um duopólio diferenciado

Resumo

Este artigo analisa um duopólio diferenciado no qual cada uma das empresas pode utilizar duas ferramentas estratégicas para competir com seu concorrente: contratos gerenciais e contratos de preços ou quantidades. Utilizando a teoria de jogos não cooperativos, em equilíbrio, encontra-se que: i) quando as empresas não contratam gerentes, com bens substitutos (complementares), os contratos de quantidades (preços) são uma estratégia dominante ii) quando as empresas contratam gerentes, para bens substitutos e complementares os contratos de preços são uma estratégia dominante; iii) quando as empresas podem escolher se contratam gerentes, com bens substitutos uma das empresas contrata gerente e escolhe quantidades e a outra não contrata e escolhe quantidades ou preço; iv) O maior nível de bem-estar social é obtido quando as empresas escolhem contratos de preços e não contratam gerentes,. Contudo, o bem-estar associado a todos os resultados de equilíbrio, é inferior.

Palavras chave:
Contratos de incentivos, concorrência, duopólio diferenciado, equilíbrio de Nash perfeito em sub-jogos.

Classificação JEL: C72, D43, L13.

Introducción

En los modelos tradicionales para el análisis de mercados de competencia imperfecta como Cournot (1838), Bertrand (1883) y Stackelberg (1934), se considera que las empresas compiten eligiendo la misma variable estratégica de mercado: cantidades producidas en el caso de Cournot o Stackelberg, y precios en el caso de Bertrand. En cada uno de estos modelos, la decisión sobre cuál debe ser la variable estratégica para competir con los rivales es exógena. Un trabajo de Singh y Vives (1984) plantea la posibilidad de que las empresas puedan decidir endógenamente la variable estratégica con la que desean competir (cantidades o precios), agregando para tal efecto una etapa previa a los modelos mencionados. De esta manera, las empresas pueden elegir la variable de mercado que más convenga a sus intereses, cuando los bienes producidos son sustitutos o complementarios. Un aspecto adicional, que generalmente no hace parte del análisis del comportamiento estratégico en el contexto de mercados imperfectos, consiste en que no se considera una separación entre la propiedad y el control de las empresas y, por tanto, las decisiones sobre las variables del mercado son tomadas por sus dueños. En la realidad, sin embargo, frecuentemente los dueños contratan a un gerente para para que tome las decisiones sobre aspectos tales como cuánto producir, a qué precio, o cuál deber ser el nivel de inventarios de insumos y de productos, etc.

Desde la óptica de la administración de empresas, el enfoque clásico considera al gerente como un ejecutor de acciones de planeación, organización y control de los procesos internos de la empresa, buscando el objetivo de eficiencia en el uso de los recursos de la organización. Por su parte, la administración moderna considera que la actividad del gerente no se circunscribe a los aspectos puramente operativos y de organización interna, sino que su objetivo central es la eficiencia productiva entendida como las acciones dirigidas al posicionamiento estratégico de las organizaciones en el ámbito de su entorno competitivo, haciendo énfasis en el objetivo de satisfacer las necesidades de los consumidores expresadas en la demanda del mercado. Autores como Coase (1937) y Williamson (1975) analizan el papel del gerente fundamentalmente desde la óptica de la organización interna de la empresa. Aunque las teorías modernas de la administración incluyen análisis sobre la empresa y los mercados, tales teorías generalmente no tienen en cuenta la "estructura de mercado" en la cual los gerentes deben tomar decisiones estratégicas. Los trabajos pioneros de Fershtman y Judd (1987) y Sklivas (1987), han hecho aportes pioneros en el análisis de la delegación del control de las empresas como herramienta estratégica, para competir con los rivales en el contexto de mercados imperfectos.

El presente artículo tiene como objetivo analizar los efectos sobre el mercado del uso de dos herramientas estratégicas que las empresas tienen disponibles para competir con los rivales en un contexto de competencia imperfecta: la elección de precios o cantidades y la delegación del control en un gerente, mediante contratos de incentivos[1].

---

[1] Una versión del desarrollo matemático completo de este trabajo se puede solicitar en las direcciones de

En la sección 1 se presenta un resumen del modelo de competencia en precios o cantidades en un duopolio diferenciado, propuesto por Singh y Vives (1984); en la sección 2 se presenta un resumen del modelo de competencia imperfecta propuesto por Fershtman y Judd (1987), que incluye como variable estratégica los contratos gerenciales; en la sección 3 se presenta un modelo de duopolio con bienes diferenciados que combina la elección estratégica de precios o cantidades y los contratos de incentivos gerenciales; en la sección 4 se analiza el efecto de las herramientas estratégicas consideradas en la sección 3, sobre el bienestar social y en la sección 5 se presentan las conclusiones.

1. Elección estratégica de precios o cantidades en un duopolio diferenciado

El trabajo de Singh y Vives (1984) que sirve de base para el análisis presentado en la sección 3, considera dos empresas, cada una de las cuales produce un bien diferenciado. Se supone una estructura de demanda lineal cuyas funciones inversas y directas son:

$$p_i = a_i - \beta_i q_i - \gamma q_j \text{ y}$$

$$q_i = a_i - b_i p_i + d p_j;\ i,j = 1, 2;\ i \neq j$$

En términos de las funciones directas de demanda[2], los bienes son sustitutos, independientes o complementarios, cuando $d > 0$, $d = 0$ ó $d < 0$ respectivamente.

Los autores desarrollan un juego en dos etapas. En la etapa 1 las empresas pueden elegir entre dos tipos de contratos con los consumidores: contrato de precios o contrato de cantidades. Si una de las empresas elige contrato de precios se compromete a ofrecer la cantidad que los consumidores demanden al precio acordado, independientemente del tipo de contrato que la otra empresa haya acordado con los consumidores. Igualmente, si una de las empresas elige contrato de cantidades, está obligada a ofrecer la cantidad acordada, independientemente del contrato elegido por la otra empresa. En la etapa 2, las empresas compiten de acuerdo con el tipo de contrato elegido en la etapa 1. Suponiendo que las empresas producen con costo marginal constante $c = 0$, el juego se resuelve por inducción hacia atrás. Del problema de maximización de beneficios de los dueños de las empresas, para cada posible contrato con los consumidores elegido en la etapa 1, se obtienen los siguientes precios, cantidades y beneficios de equilibrio:

– Cuando las dos empresas eligen contratos de precios ($i,j=1,2;\ i \neq j$)

$$p_i = \frac{\left(da_j + 2a_i b_j\right)}{4b_i b_j - d^2}$$

$$q_i = \frac{b_i\left(da_j + 2a_i b_j\right)}{4b_i b_j - d^2}$$

$$\pi_i = \frac{b_i\left(da_j + 2a_i b_j\right)^2}{\left(d^2 - 4b_i b_j\right)^2}$$

correo electrónico: mcastill@javeriana.edu.co y fjacome@javeriana.edu.co

[2] La relación entre los coeficientes de las funciones de demanda directa e inversa, son: $a_i = (a_i\, \beta_\varphi - a_i\, \gamma) / \delta$; $b_i = \beta_j / \delta$; $i,j = 1,2$; $i \neq j$; $d = \gamma / \delta$; $\delta = \beta_1\, \beta_2 - \gamma^2$

– Cuando las dos empresas eligen contratos de cantidades (i,j=1,2; $i\neq j$)

$$q_i = \frac{2a_ib_ib_j - d^2a_i + da_jb_i}{4b_ib_j - d^2};$$

$$p_i = \frac{2a_ib_ib_j^2 - a_id^2b_j + a_jb_idb_j}{d^4 - 5d^2b_ib_j + 4b_i^2b_j^2}$$

$$\pi_i = \frac{b_j\left(2a_ib_ib_j - a_id^2 + a_jb_id\right)^2}{\left(d^2 - 4b_ib_j\right)^2\left(b_ib_j - d^2\right)}$$

– Cuando la empresa i elige contrato de precios y la empresa j elige contrato de cantida des (i,j=1,2; $i\neq j$)

$$p_i = \frac{da_j + 2a_ib_j}{4b_ib_j - 3d^2}; \quad p_j = \frac{\left(2a_jb_ib_j - a_jd^2 + a_ib_jd\right)}{4b_ib_j^2 - 3d^2b_j}$$

$$q_i = \frac{\left(da_j + 2a_ib_j\right)\left(b_ib_j - d^2\right)}{4b_ib_j^2 - 3d^2b_j};$$

$$q_j = \frac{\left(2a_jb_ib_j - d^2a_j + da_ib_j\right)}{4b_ib_j - 3d^2}$$

$$\pi_i = \frac{\left(b_ib_j - d^2\right)\left(da_j + 2a_ib_j\right)^2}{b_j\left(3d^2 - 4b_ib_j\right)^2};$$

$$\pi_j = \frac{\left(2a_jb_ib_j - a_jd^2 + a_ib_jd\right)^2}{b_j\left(3d^2 - 4b_ib_j\right)^2}$$

Sea ϖ_i^C el beneficio de la empresa i cuando ambas eligen contratos de cantidades (competencia a la Cournot); ϖ_i^B el beneficio de la empresa i cuando ambas eligen contratos de precios (competencia a la Bertrand); $\varpi_i^{q,p}$ el beneficio de la empresa i cuando la empresa i elige contratos de cantidades y la empresa j elige contratos de precios y $\varpi_i^{p,q}$ el beneficio de la empresa i cuando la empresa i elige contratos de precios y la empresa j elige contratos de cantidades. Con base en los resultados anteriores, los autores encuentran que cuando los bienes son sustitutos, $\varpi_i^C>\varpi_i^{q,p}>\varpi_i^B>\varpi_i^{p,q}$. Sin embargo, cuando los bienes son complementarios, $\varpi_i^B>\varpi_I^{p,q}>\varpi_i^C>\varpi_i^{q,p}$. Esto implica que cuando los bienes son sustitutos, los contratos de cantidades son una estrategia dominante para ambas empresas (lo mejor que cada empresa puede hacer es elegir el contrato de cantidades, independientemente del contrato que la otra empresa haya acordado con los consumidores). Sin embargo, cuando los bienes son complementarios, los contratos de precios son una estrategia dominante para ambas empresas (lo mejor que cada empresa puede hacer es elegir el contrato de precios, independientemente del contrato que la otra empresa haya acordado con los consumidores).

Desde el punto de vista del bienestar social, cuando los bienes son sustitutos, el resultado anterior no es el mejor, debido a que el excedente del consumidor y el excedente total son más altos con competencia en precios. Sin embargo, desde el punto de vista de las empresas es favorable porque el beneficio con competencia a la Cournot es mayor que el que se obtiene con competencia a la Bertrand. En el caso de bienes complementarios, la elección de contratos de precios aumenta los beneficios y el excedente del consumidor y, por tanto, el bienestar social.

2. Delegación estratégica en un modelo de competencia imperfecta

La teoría económica clásica tradicionalmente ha considerado que las empresas actúan con el único objetivo de maximizar beneficios. Sin embargo, en la práctica los dueños de muchas empresas delegan el control en un gerente cuyos intereses pueden estar en conflicto con los intereses de los dueños. Esto puede ocurrir porque los dueños no tienen suficiente conocimiento sobre las variables del mercado tales como la demanda, los precios de los insumos, el mercado laboral o el entorno del negocio propio de la empresa, entre otras varias razones. Debido principalmente a estas asimetrías de información, el objetivo de un gerente no necesariamente consiste en maximizar beneficios. Un gerente podría tener como objetivo, por ejemplo, maximizar las ventas. La relación dueño - gerente se puede analizar como un problema agente - principal, en el que el principal es el dueño de la empresa y el agente es el gerente, a quien el dueño le ofrece un contrato de incentivos para lograr ciertos resultados en el mercado. Cuando el mercado es oligopólico, los contratos de incentivos que los dueños firman con sus gerentes no pueden ser ajenos a las interacciones propias de la competencia entre empresas rivales. Los trabajos de Fershtman y Judd (198y) y Sklivas (1987), analizan los contratos de incentivos con los gerentes como una herramienta estratégica para competir con los rivales y presentan una aplicación en el contexto de mercados imperfectos, encontrando que los contratos de equilibrio no proveen incentivos para que los gerentes tengan como objetivo la maximización de beneficios. A continuación se expone la idea desarrollada por los autores mencionados.

El modelo considera dos empresas, cada una con un dueño y un gerente. Las empresas producen un bien homogéneo con costo marginal constante $c \neq 0$ y se enfrentan a una curva lineal de demanda $p = a - bQ$ con a, $b > 0$; $a > c$. El juego se desarrolla en dos etapas. En la etapa 1 el dueño de cada empresa firma un contrato de incentivos con el gerente. En la etapa 2, los gerentes de las empresas observan el contrato firmado con cada uno de los dueños en la etapa 1 y eligen la cantidad que deben producir, en un contexto de competencia a la Cournot. Se asume que el dueño de la empresa i remunera al gerente (quien se supone neutral al riesgo) en proporción a una combinación lineal entre beneficios y ventas de la empresa, de la siguiente manera:

$$\omega_i = g_i + h_i u_i$$

donde:

ω_i es el salario del gerente, acordado con el dueño mediante un contrato cuyo cumplimiento tiene efectos legales.

$g_i > 0$ y $h_i > 0$ son constantes.

En adelante se supondrá

$$g_i = g_j = g \text{ y } h_i = h_j = h$$

$u_i = a_i \pi_i + (1 - a_i) s_i$, donde $\pi_i = (p - c) q_i$; $s_i = pq_i$

Si el parámetro de incentivos $\alpha_i = 1$, el contrato compromete al gerente a maximizar beneficios. Si $\alpha_i < 1$, el contrato compromete al gerente a ser más agresivo en ventas[3]. Si $\alpha_i > 1$, el contrato compromete al gerente a

[3] Respecto al caso en el que ninguna de las empresas contrata gerente.

ser menos agresivo en ventas. No se impone ninguna restricción al valor del parámetro α_i. A continuación se presenta la solución del juego por inducción hacia atrás.

Del problema de elección simultánea de cantidades (etapa 2) y de elección simultánea de los contratos con los gerentes (etapa 1), se obtienen los siguientes incentivos gerenciales, precios, cantidades y beneficios de equilibrio (i=1,2):

$$\alpha_i = \frac{6c-a}{5c} = 1 + \frac{c-a}{5c};\ q_i = \frac{2(a-c)}{5};$$
$$p_i = \frac{a+4c}{5};\ \pi_i = \frac{2(a-c)^2}{25}$$

Dado que $a>c$, entonces $\alpha_i < 1$. Esto significa que el dueño de cada empresa firma con el gerente un contrato de incentivos que lo obliga a ser más agresivo en ventas, que en el caso en que no hay contratos de incentivos. En equilibrio, la cantidad total es mayor y el precio y los beneficios son menores que en el caso de competencia a la Cournot sin contratos de incentivos.

Los autores también presentan el análisis de la delegación del control en el contexto de dos empresas que producen bienes diferenciados y compiten en precios (a la Bertrand). Las funciones de demanda de cada uno de los bienes son lineales y están dadas por las ecuaciones $q_i = (a - bp_i + dp_j)$; $i,j = 1,2$; $i \neq j$; $0 \leq d \leq 1$. La secuencia del juego es similar a la presentada en el juego anterior de competencia a la Cournot. En la etapa 1 los dueños de las empresas determinan el parámetro de incentivos α_i y en la etapa 2 los gerentes determinan el precio p_i, habiendo observado previamente sus contratos. Si las empresas producen con costo marginal constante c, se obtienen los siguientes resultados de equilibrio, donde los precios son mayores, las cantidades son menores y los beneficios son mayores que en el caso de competencia a la Bertrand sin contratos de incentivos gerenciales:

$$\alpha_i = 1 + \frac{d^2(a-bc+cd)}{cb\left(4b^2-2bd-d^2\right)};$$
$$p_i = \frac{2cb^2+2ab-cd^2}{\left(4b^2-2bd-d^2\right)};$$
$$q_i = \frac{\left(2b^2-d^2\right)(a-bc+cd)}{\left(4b^2-2bd-d^2\right)}$$
$$\pi_i = \frac{2b\left(2b^2-d^2\right)(a-bc+cd)^2}{\left(4b^2-2bd-d^2\right)^2}$$

Dado que $\alpha_i > 1$, El contrato compromete al gerente a ser menos agresivo en ventas (respecto al caso en el cual no se contrata gerente).

3. Elección de cantidades o precios y delegación estratégica en un mercado de competencia imperfecta con productos diferenciados

El análisis desarrollado en esta sección se basa en los trabajos de Singh y Vives (1984) y Fershtman y Judd (1987). Se consideran dos empresas que producen bienes diferenciados y pueden elegir estratégicamente contratos de precios o cantidades con los consumidores. Se permite que los bienes sean sustitutos o complementarios y a diferencia del modelo propuesto por Singh y Vives (1984), se asume que cada empresa produce con costo marginal constante $c \neq 0$. La empresa que produce el bien i se enfrenta a una función de demanda lineal de la forma $q_i = a - bp_i + dp_j$; $a,b < 0$; $i,j = 1,2$; $i \neq j$; $0 \leq d \leq 1$.

El parámetro d indica el grado de sustituibilidad (cuando $0 < d \leq b_i$) o complementariedad (cuando $-b_i \leq d < 0$) de los bienes. Si d=0, los bienes son independientes. En adelante, sin pérdida de generalidad se supondrá que $a_1 = a_2 = a$ y $b_1 = b_2 = 1$, lo cual implica que $|d| \leq 1$.[4]

El análisis presentado en esta sección se divide en tres partes: en la primera se desarrolla el modelo suponiendo que las decisiones estratégicas del mercado (elección de precios o cantidades) son tomadas directamente por los dueños; en la segunda se presenta el modelo permitiendo ahora que el dueño de cada empresa delegue las decisiones estratégicas del mercado en un gerente y en la tercera se analiza si las empresas deben utilizar o no incentivos gerenciales. En todos los escenarios desarrollados, cuando la decisión sobre alguna variable estratégica sea tomada por el dueño de la empresa i, dicha variable se determina resolviendo el problema: $Max\ \varpi_i = p_i q_i - cq_i$. Sin embargo, cuando la decisión sobre alguna variable estratégica sea tomada por el gerente de la empresa i, dicha variable se determina resolviendo el problema:

$Max\ u_i = a_i \pi_i - (1 - a_i)\, s_i$ $donde$ $\pi_i = p_i q_i - cq_i$; $s_i = p_i q_i$ i,j

4 El parámetro d no puede ser mayor que el parámetro b en términos absolutos, porque el efecto del precio cruzado sobre la cantidad demandada de un bien, no puede ser mayor que el efecto del propio precio sobre tal cantidad.

En el caso de elección estratégica del precio se utiliza la función directa de demanda $q_i = (a - p_i - dp_j)$; $i, j = 1,2$; $i \neq j$. En el caso de elección estratégica de la cantidad producida, se utiliza la función inversa de demanda $p_i = \frac{(ad - q_i - dq_j + a)}{(1 - d^2)}$ p$i, j = 1,2$; $i \neq j$. Esta última implica que $|d| \neq 1$, condición que se mantendrá durante el desarrollo del trabajo. La solución de todos los modelos planteados se hará utilizando el método usual de inducción hacia atrás.

3.1 Competencia en precios o cantidades con productos diferenciados, sin delegación estratégica

En esta sección se presenta un modelo de competencia entre empresas que producen bienes diferenciados, asumiendo que las decisiones sobre las variables del mercado son tomadas directamente por los dueños. El modelo se plantea como un juego en dos etapas: en la primera, el dueño de cada empresa elige el tipo de contrato que desea establecer con los consumidores (contrato de precios o contrato de cantidades), y en la segunda, una vez observado el contrato acordado con los consumidores, el dueño de cada empresa determina el precio o la cantidad (de acuerdo con el contrato acordado en la etapa 1). A continuación se presentan los precios, las cantidades y los beneficios de equilibrio obtenidos en la etapa 2, para cada uno de los posibles tipos de contrato que pueden ser acordados con los consumidores en la etapa 1.

– Cuando las dos empresas eligen contratos de precios (competencia a la Bertrand)[5]; i=1,2.

$$p_i = \frac{a+c}{2-d};\ q_i = \frac{a-c+cd}{2-d};$$

$$\pi_i = \frac{(a-c+cd)^2}{(d-2)^2}$$

– Cuando las dos empresas eligen contratos de cantidades (competencia a la Cournot) i=1,2.

$$q_i = \frac{cd^2+ad+a-c}{d+2};\ p_i = \frac{a+c-cd^2}{2-d^2-d};$$

$$\pi_i = \frac{(d+1)(a-c+cd)^2}{(1-d)(d+2)^2}$$

– Cuando la empresa i elige contrato de precios y la empresa j elige contrato de cantidades (i,j=1,2; $i\neq j$):

$$p_i = \frac{2a+2c-2cd^2+ad+cd}{4-3d^2};$$

$$p_j = \frac{2a+2c-ad^2-cd^2-cd^3+ad+cd}{4-3d^2}$$

$$q_i = \frac{(a-c+cd)\left(d+2-d^3-2d^2\right)}{4-3d^2};$$

$$q_j = \frac{2a-2c-ad^2+2cd^2-cd^3+ad+cd}{4-3d^2}$$

$$\pi_i = \frac{\left(1-d^2\right)(d+2)^2(a-c+cd)^2}{\left(4-3d^2\right)^2};$$

$$\pi_j = \frac{(a-c+cd)^2\left(2-d^2+d\right)^2}{\left(3d^2-4\right)^2}$$

En la etapa 1, las dos empresas eligen de forma simultánea el tipo de contrato que desean firmar con los consumidores. Sea π_i^C el beneficio de la empresa i cuando ambas empresas eligen en la etapa 1 contratos de cantidades (competencia a la Cournot); π_i^B el beneficio de la empresa i cuando ambas empresas eligen en la etapa 1 contratos de precios (competencia a la Bertrand); $\pi_i^{\{q,p\}}$ el beneficio de la empresa i cuando en la etapa 1 la empresa i elige contrato de cantidades y la empresa j elige contrato de precios y $\pi_i^{\{p,q\}}$ el beneficio de la empresa i cuando en la etapa 1 la empresa i elige contrato de precios y la empresa j elige contrato de cantidades. La elección de cada empresa en la etapa 1 se puede representar mediante la siguiente matriz de pagos:

	Precio	Cantidad
Precio	$\pi_1^B,\ \pi_2^B$	$\pi_1^{p,q},\pi_2^{p,q}$
Cantidad	$\pi_1^{q,p},\pi_2^{q,p}$	$\pi_1^C,\ \pi_2^C$

Con base en los resultados anteriores, se obtiene (apéndice 1):

Cuando los bienes son sustitutos:

$$\pi_i^C > \pi_i^{q,p} > \pi_i^B > \pi_i^{p,q}; i=1,2 \quad (1)$$

[5] Con el fin de garantizar que las dos empresas estén activas en el mercado, las cantidades, los precios y los beneficios deben ser positivos, para lo cual los parámetros del modelo deben cumplir la restricción $a - c + cd > 0$, que se impondrá de aquí en adelante.

Cuando los bienes son complementarios:

$$\pi_i^B > \pi_i^{p,q} > \pi_i^C > \pi_i^{q,p}; i = 1,2 \quad (2)$$

Con base en (1) y (2), se deduce de la matriz de pagos anterior que en un duopolio con productos diferenciados en el que las empresas pueden escoger el tipo de contrato con los consumidores (cantidades o precios), cuando los bienes son sustitutos, los contratos de cantidades son una estrategia dominante para las dos empresas y, por tanto, tales contratos constituyen un equilibrio de Nash. Por el contrario, cuando los bienes son complementarios, los contratos de precios con los consumidores son una estrategia dominante para las dos empresas y, por tanto, dichos contratos son un equilibrio de Nash. En el primer caso el equilibrio de Nash corresponde al resultado de Cournot y, en el segundo, corresponde al resultado de Bertrand. Estos resultados son los encontrados por Singh y Vives (1984).

3.2 *Competencia en precios o cantidades con productos diferenciados y delegación estratégica*

En esta sección se presenta un modelo de competencia entre empresas que producen bienes diferenciados. En constraste con el modelo presentado en la sección 3.1, las decisiones estratégicas de la empresa sobre las variables del mercado las determina un gerente que ha firmado previamente un contrato de incentivos con el dueño. Tal como se mencionó en la sección 2, los objetivos de los gerentes pueden estar en conflicto con los objetivos de los dueños y este conflicto se resuelve mediante la determinación endógena del contrato (parámetro de incentivos α). El modelo se plantea como un juego en tres etapas: en la primera el dueño de cada empresa firma el contrato con el gerente; en la segunda el gerente de cada empresa observa el contrato de incentivos firmado con el dueño y elige el tipo de contrato que desea establecer con los consumidores (precios o cantidades); y en la tercera etapa el gerente de cada empresa determina el precio o la cantidad, de acuerdo con el contrato acordado con los consumidores en la etapa 2. A continuación se presenta la solución del juego por inducción hacia atrás, para cada uno de los posibles contratos que pueden ser acordados con los consumidores en la etapa 2.

– Cuando los gerentes de las dos empresas eligen en la etapa 2 contratos de precios (competencia a la Bertrand)

  Del problema de elección simultánea de precios (etapa 3) y de elección simultanea de los contratos con los gerentes (etapa 1), se obtienen los siguientes incentivos gerenciales, precios, cantidades y beneficios de equilibrio; i=1,2:

$$\alpha_i = \frac{4c + ad^2 - 2cd^2 + cd^3 - 2cd}{4c - cd^2 - 2cd};$$

$$p_i = \frac{2a + 2c - cd^2}{4 - d^2 - 2d}$$

$$q_i = \frac{(2 - d^2)(a - c + cd)}{4 - d^2 - 2d};$$

$$\pi_i = \frac{2(2 - d^2)\,(a - c + cd)^2}{(d^2 + 2d - 4)^2}$$

Se puede comprobar que[6] $\alpha_1=\alpha_2=\alpha>1$, lo que significa que el dueño de cada empresa obliga al gerente, mediante el contrato, a ser menos agresivo en ventas (en relación con el caso en el que no se contratan gerentes). Estos incentivos gerenciales hacen que tanto para bienes sustitutos como para bienes complementarios, se obtenga en equilibrio un precio mayor[7] para cada empresa, que en el caso sin gerentes.

– Cuando los gerentes de las dos empresas eligen en la etapa 2 contratos de cantidades (competencia a la Cournot)

Del problema de elección simultánea de cantidades (etapa 3) y de elección simultanea de los contratos con los gerentes (etapa 1), se obtienen los siguientes incentivos gerenciales, precios, cantidades y beneficios de equilibrio (i=1,2):

$$\alpha_i = \frac{4c - ad^2 - 2cd^2 - 2cd}{cd^3 - 3cd^2 - 2cd + 4c};$$

$$p_i = \frac{ad^2 - 2c - 2a + 2cd^2}{3d^2 - d^3 + 2d - 4}$$

$$q_i = \frac{2(d+1)(a-c+cd)}{2d+4-d^2};$$

$$\pi_i = \frac{2\,(a-c+cd)^2\left(2d - d^3 - d^2 + 2\right)}{(1-d)\left(-d^2+2d+4\right)^2}$$

Se puede comprobar que[8] $\alpha_1=\alpha_2=\alpha<1$, lo que significa que el dueño de cada empresa obliga al gerente, mediante el contrato, a ser más agresivo en ventas (en relación con el caso en el que no se contratan gerentes). Estos incentivos gerenciales hacen que, tanto para bienes sustitutos como para bienes complementarios, en equilibrio se obtenga una cantidad mayor[9] para cada empresa, que en el caso sin gerentes.

– Cuando el gerente de la empresa *i* elige contrato de precios y el gerente de la empresa *j* elige contrato de cantidades

Del problema de elección simultánea de precio y cantidad (etapa 3) y de elección simultanea de los contratos con los gerentes (etapa 1), se obtienen los siguientes incentivos gerenciales, precios, cantidades y beneficios de equilibrio:

6 $\alpha_i>1$ si se cumple que $d^2(c-a-cd)<0$. Esta condición es cierta, tal como se estableció en la sección 3.1, dado que $(a-c-cd)<0$ con el fin de mantener todas las empresas activas en el mercado.

7 $p_i^G - p_i^{NG} = \frac{d^2(a-c+cd)}{8+d^3-8d} > 0$ para $-1<d<1$

8 $\alpha_i<1$ si $(a-c-cd)<0$

9 $q_i^G - q_i^{NG} = \frac{d^2(d+1)(a-c+cd)}{8-d^3+8d} > 0$ para $-1<d<1$

$$\alpha_i = \frac{16c - 4ad^2 + 2ad^3 + ad^4 - 16cd^2 + 14cd^3 + 6cd^4 - 4cd^5 - 16cd}{16c - 5cd^5 + 5cd^4 + 20cd^3 - 20cd^2 - 16cd}$$

$$\alpha_j = \frac{16c + 4ad^2 + 2ad^3 - ad^4 - 24cd^2 + 2cd^3 + 8cd^4 - cd^5}{5cd^4 - 20cd^2 + 16cd}$$

$$p_i = \frac{8a + 8c - 6ad^2 - 2ad^3 - 10cd^2 - 4cd^3 + 3cd^4 + 4ad + 4cd}{5d^4 - 20d^2 + 16};$$

$$q_i = \frac{(a - c + cd)\left(d^5 + 3d^4 - 4d^3 - 10d^2 + 4d + 8\right)}{5d^4 - 20d^2 + 16}$$

$$p_j = \frac{8a + 8c - 6ad^2 - 2ad^3 + ad^4 - 10cd^2 - 4cd^3 + 2cd^4 + cd^5 + 4ad + 4cd}{5d^4 - 20d^2 + 16}$$

$$q_j = \frac{2(a - c + cd)\left(d^4 - 2d^3 + 5d^2 + 2d + 4\right)}{5d^4 - 20d^2 + 16}$$

$$\pi_i = \frac{2\left(2 - d^2\right)(a - c + cd)^2\left(d^3 + 3d^2 - 2d - 4\right)}{\left(5d^4 - 20d^2 + 16\right)^2}; \quad \pi_j = \frac{2\left(4 - d^2 + 2d\right)^2\left(d^4 - 3d + 2\right)(a - c + cd)^2}{\left(5d^4 - 20d^2 + 16\right)^2}$$

Se puede comprobar[10] que $\alpha_i<1$ y $\alpha_j>1$. Este resultado se presenta en la siguiente proposición.

Proposición 1: En un equilibrio de Nash Perfecto en Subjuegos, cuando la empresa *i* elige contratos de precios y la empresa *j* elige contratos de cantidades, el dueño de la empresa *i* obliga al gerente a ser más agresivo en ventas y el dueño de la empresa *j* obliga al gerente a ser menos agresivo en ventas, independientemente de si los bienes son sustitutos o complementarios. Estos resultados son contrarios a los usualmente hallados en la literatura en el caso de competencia en precios ($\alpha_i>1$) y en el caso de competencia en cantidades ($\alpha_i<1$).

Estos incentivos gerenciales hacen que, tanto para bienes sustitutos como complementarios, se obtenga en equilibrio una cantidad q_j menor y un precio p_i menor[11] que en el caso sin gerentes.

3.2.1 *Elección estratégica de precios o cantidades*

Dados los incentivos de equilibrio (α) establecidos en la etapa 1, la elección estratégica de precios o cantidades que hacen los gerentes en la etapa 2, se puede analizar mediante el juego en forma normal representado por la siguiente matriz de pagos:

	Precio	Cantidad
Precio	$u_1^{B,}\, u_2^{B}$	$u_1^{p,q,}\, u_2^{p,q}$
Cantidad	$u_1^{q,p,}\, u_2^{q,p}$	$u_1^{C,}\, u_2^{C}$

10 $\alpha_i<1$ y $\alpha_j>1$ si se cumple que $(a - c - cd) < 0$

11 $q_i^G - q_j^{NG} = \dfrac{d^2(a - c + cd)\left(d^4 - 7d^3 - 8d^2 + 8d + 8\right)}{15d^6 - 80d^4 + 128d^2 - 64} < 0$; para -1<d<1

$p_i^G - p_j^{NG} = \dfrac{d^2\left(d^3 + 8d^2 - 8\right)(a - c + cd)}{64 - 15d^6 + 80d^4 - 128d^2} < 0$; para -1<d<1 donde u_i^B es la utilidad del gerente de la empresa *i* cuando las dos empresas eligen precios (competencia a la Bertrand); u_i^C es la utilidad del gerente de la empresa *i* cuando las dos empresas eligen cantidades (competencia a la Cournot); $u_i^{\{p,q\}}$ es la utilidad del gerente de la empresa *i* cuando la empresa *i* elige precios y la empresa *j* elige cantidades y $u_i^{\{q,p\}}$ es la utilidad del gerente de la empresa *i* cuando la empresa *i* elige cantidades y la empresa *j* elige precios.

Del análisis anterior se deduce (apéndice 2) que cuando los bienes son tanto sustitutos como complementarios:

$$u_i^{p,q} > u_i^C > u_i^B \; u_i^{q,p} \quad (3)$$

Con base en las desigualdades (3), se obtienen los resultados que se resumen en la siguiente proposición.

Proposición 2: En un duopolio con productos diferenciados en el que los gerentes de las empresas pueden escoger el tipo de contrato con los consumidores (cantidades o precios) y se usan contratos de incentivos como herramienta estratégica, los contratos de precios son una estrategia dominante, independientemente de si los bienes son sustitutos o complementarios. Este resultado implica que el único equilibrio de Nash del juego representado por la matriz anterior consiste en que los gerentes de las dos empresas compiten a la Bertrand. Aunque los gerentes obtienen mayor utilidad eligiendo contratos de cantidades que contratos de precios, en equilibrio eligen estos últimos porque si el gerente de la empresa *i* cree que el gerente de la empresa *j* va a elegir contratos de cantidades, la mejor respuesta del primero es elegir contratos de precios, en cuyo caso el gerente de la empresa *i* obtiene la mayor utilidad posible en la matriz y el gerente de la empresa *j* obtiene la menor utilidad posible en la matriz. Este comportamiento es idéntico al del dilema del prisionero.

3.3 *Decisión sobre contratar o no contratar gerentes*

En la sección 3.1 se desarrolló el modelo de elección de precios o cantidades, suponiendo que las empresas no contrataban gerentes. En la sección 3.2 se desarrolló dicho modelo, suponiendo que las dos empresas contrataban gerentes y elegían endógenamente el esquema de incentivos gerenciales. Sin embargo, para poder determinar si los dueños de las empresas deben contratar gerentes o no, se formula en esta sección un modelo en cuatro etapas, de la siguiente manera: en la etapa 1 los dueños de las empresas pueden elegir si contratan un gerente o no lo contratan; en la etapa 2, si alguno de los dueños ha decidido contratar un gerente, firma con él un contrato de incentivos. En la etapa 3, los gerentes que hayan sido contratados y los dueños de las empresas que no han contratado gerente, deciden simultáneamente si acuerdan contrato de precios o contrato de cantidades con los consumidores. Por último, en la etapa 4, los gerentes que hayan sido contratados y los dueños de las empresas que no han contratado gerente, determinan el precio o la cantidad, de acuerdo con el contrato acordado con los consumidores en la etapa 3.

La solución de la etapa 1 del juego anterior implica considerar tres escenarios: uno en el que las dos empresas no contratan gerentes y deben elegir contratos de cantidades o precios con los consumidores, otro en el que las dos empresas contratan gerentes y deben elegir contratos de precios o cantidades con los consumidores y finalmente otro en el que una de las empresas contrata gerente y la otra no lo contrata y deben elegir contratos de precios o cantidades. Los dos primeros escenarios fueron desarrollados en las secciones 3.1 y 3.2, respectivamente. El tercer escenario se presenta a continuación.

3.3.1 *Elección de cantidades o precios cuando la empresa* i *contrata gerente y la empresa j no contrata gerente*

En esta sección se presenta un modelo de duopolio con productos diferenciados, en el que las empresas pueden elegir contratos de cantidades o precios con los consumidores, pero sólo una de ellas utiliza incentivos gerenciales. El modelo se desarrolla en tres etapas. En la etapa 1 el dueño de la empresa *i* que utiliza incentivos gerenciales define el contrato con el gerente; en la etapa 2 el gerente de la empresa *i* y el dueño de la empresa *j* eligen contratos de cantidades o precios con los consumidores y en la etapa 3 las empresas compiten de acuerdo con el tipo de contrato elegido en la etapa 2. A continuación se presentan los resultados del juego por inducción hacia atrás, para cada tipo de contrato con los consumidores elegido en la etapa 2.

– Cuando las dos empresas eligen contratos de cantidades con los consumidores

  Del problema de elección simultánea de cantidades (etapa 3) y de elección simultanea de contratos con los gerentes (etapa 1), se obtienen los siguientes incentivos gerenciales, precios, cantidades y beneficios de equilibrio:

$$\alpha_i = \frac{\left(8c - 2ad^2 + ad^3 - 2cd^2 + cd^3 + cd^4 - 8cd\right)}{4cd^3 - 4cd^2 - 8cd + 8c} < 1$$

$$q_i = \frac{(a - c + cd)\left(2 - d^2 + d\right)}{4 - 2d^2};$$

$$q_j = \frac{(a - c + cd)\left(d^3 + 3d^2 - 2d - 4\right)}{4d^2 - 8}$$

$$p_i = \frac{\left(cd^2 - 2c - 2a + ad + cd\right)}{4d - 4};$$

$$p_j = \frac{\left(ad^2 - 4c - 4a + 5cd^2 - 3cd^3 + 2ad + 2cd\right)}{4d^2 + 8d - 8 + 4d^3}$$

$$\pi_i = \frac{(d+1)(d-2)^2 (a - c + cd)^2}{8\left(2 + d^3 - d^2 - 2d\right)};$$

$$\pi_j = \frac{(d+1)(a - c + cd)^2 \left(d^2 + 2d - 4\right)^2}{16\left(d^2 - 2\right)^2 (1 - d)}$$

– Cuando las dos empresas firman contratos de precios con los consumidores

  Del problema de elección simultánea de precios (etapa 3) y de elección simultanea de contratos con los gerentes (etapa 1), se obtienen los siguientes incentivos gerenciales, precios, cantidades y beneficios de equilibrio:

$$\alpha_i = \frac{\left(ad^3 + 8c + cd^4 + 2ad^2 + cd^3 - 6cd^2\right)}{8c - 4cd^2} > 1$$

$$p_i = \frac{\left(2a + 2c - cd^2 + ad + cd\right)}{4 - 2d^2};$$

$$p_j = \frac{\left(4a + 4c - ad^2 - cd^2 - cd^3 + 2ad + 2cd\right)}{8 - 4d^2}$$

$$q_i = \frac{1}{4}(d+2)\,(a-c+cd);$$

$$q_j = \frac{\left(4-d^2+2d\right)\left(a-c+cd\right)}{4\left(2-d^2\right)}$$

$$\pi_i = \frac{(d+2)^2\,(a-c+cd)^2}{8\left(2-d^2\right)};$$

$$\pi_j = \frac{\left(4-d^2+2d\right)^2\,(a-c+cd)^2}{16\left(d^2-2\right)^2}$$

– Cuando en la etapa 2 la empresa *i* elige contrato de precios y la empresa *j* elige contrato de cantidades
  Del problema de elección simultánea de precio y cantidad (etapa 3) y de elección simultanea de contratos con los gerentes (etapa 1), se obtienen los siguientes incentivos gerenciales, precios, cantidades y beneficios de equilibrio:

$$\alpha_i = \frac{\left(ad^3-8c-3cd^4+2ad^2+cd^3+10cd^2\right)}{12cd^2-8c-4cd^4} > 1$$

$$p_i = \frac{\left(2a+2c-cd^2+ad+cd\right)}{4-2d^2};$$

$$p_j = \frac{\left(4a+4c-ad^2-cd^2-cd^3+2ad+2cd\right)}{4\left(2-d^2\right)}$$

$$q_i = \frac{(d+2)\,(a-c+cd)}{4};$$

$$q_j = \frac{\left(4-d^2+2d\right)\left(a-c+cd\right)}{8-4d^2}$$

$$\pi_i = \frac{(2+d)^2\,(a-c+cd)^2}{8\left(2-d^2\right)};$$

$$\pi_j = \frac{\left(4+2d-d^2\right)^2\,(a-c+cd)^2}{16\left(2-d^2\right)^2}$$

– Cuando en la etapa 2 la empresa *i* elige contrato de cantidades y la empresa *j* elige contrato de precios

  Del problema de elección simultánea de cantidad y precio (etapa 3) y de elección simultanea de contratos con los gerentes (etapa 1), se obtienen los siguientes incentivos gerenciales, precios, cantidades y beneficios de equilibrio:

$$\alpha_i = \frac{ad^3-8c+cd^4-2ad^2-7cd^3+8cd+6cd^2}{4cd^2-8c-4cd^3+8cd} < 1$$

$$p_i = \frac{cd^2-2c-2a+ad+cd}{4(d-1)};$$

$$p_j = \frac{ad^2-4c-4a+5cd^2-3cd^3+2ad+2cd}{8d-4d^3+4d^2-8}$$

$$q_i = \frac{(a-c+cd)\left(-d^2+d+2\right)}{4-2d^2};$$

$$q_j = \frac{(a-c+cd)\left(d^3+3d^2-2d-4\right)}{4\left(d^2-2\right)}$$

$$\pi_i = \frac{(d-2)^2\,(1+d)(a-c+cd)^2}{8\left(2-2d-d^2+d^3\right)};$$

$$\pi_j = \frac{(1+d)\left(2d-4+d^2\right)^2\,(a-c+cd)^2}{16(1-d)\left(2-d^2\right)^2}$$

3.3.1.1 *Elección de cantidades o precios cuando la empresa i contrata gerente y la empresa j no contrata gerente*

La elección simultánea de precios o cantidades cuando la empresa *i* contrata gerente y la empresa *j* no contrata gerente, se puede representar mediante la siguiente matriz de pagos:

	Precio	Cantidad
Precio	$\pi_1^{B,}\ \pi_2^{B}$	$\pi_1^{p,q}\ \pi_2^{p,q}$
Cantidad	$\pi_1^{q,p}\ \pi_2^{q,p}$	$\pi_1^{C,}\ \pi_2^{C}$

Con base en los resultados anteriores, se obtiene:

Cuando los bienes son sustitutos:

$$\pi_i^{q,p} = \pi_i^{C} > \pi_i^{B} = \pi_i^{p,q} \text{ y } \pi_j^{q,p} = \pi_j^{C} > \pi_j^{B} = \pi_j^{p,q}$$

El contrato de cantidades es una estrategia dominante para la empresa i y en este caso el juego tiene dos equilibrios de Nash: ($\pi_i^{q,p}$, $\pi_i^{p,q}$) y (π_i^{B}, π_i^{B}) con $\pi_i^{p,q}, = \pi_i^{B}$ y $\pi_j^{p,q}, = \pi_j^{B}$

Cuando los bienes son complementarios:

$$\pi_i^{B} = \pi_i^{p,q} > \pi_i^{q,p} = \pi_i^{c} \text{ y } \pi_j^{B} = \pi_j^{p,q} > \pi_j^{q,p} = \pi_j^{c}$$

El contrato de precios es una estrategia dominante para la empresa i y el juego tiene dos equilibrios de Nash: ($\pi_i^{p,q}$, $\pi_j^{p,q}$) y (π_i^{B}, π_j^{B}) con $\pi_i^{p,q} = \pi_i^{B}$ y $\pi_j^{p,q} = \pi_j^{B}$.

3.3.2 *Decisión sobre contratar o no contratar gerentes*

Los resultados del primer escenario presentados en la sección 3.1 sugieren que cuando no se utilizan incentivos gerenciales, la mejor predicción que pueden hacer las empresas es competir en cantidades (a la Cournot) cuando los bienes son sustitutos y competir en precios (a la Bertrand) cuando los bienes son complementarios. Los resultados del segundo escenario, presentados en la sección 3.2, en el que las dos empresas usan incentivos gerenciales, sugieren que la mejor predicción que pueden hacer los gerentes es competir en precios (a la Bertrand) independientemente de si los bienes son sustitutos o complementarios. Los resultados del tercer escenario en el que una de las empresas contrata gerente y la otra no lo contrata (sección 3.3.1), sugieren que la mejor predicción cuando los bienes son sustitutos consiste en que la empresa que contrata gerente elige contrato de cantidades, y la que no contrata gerente elige contrato de cantidades o de precios; cuando los bienes son complementarios, la mejor predicción es que la empresa que contrata gerente elige contrato de precios y la que no contrata gerente elige contrato de precios o cantidades. A continuación se presentan la solución de la etapa 1 del juego en 4 etapas planteado en la sección 3.3, tanto para bienes sustitutos como para bienes complementarios.

3.3.2.1 *Bienes sustitutos*

La decisión de las dos empresas sobre usar o no incentivos gerenciales en el caso de bienes sustitutos, se puede analizar mediante el planteamiento de la siguiente matriz correspondiente a un juego estático, cuyos pagos son las mejores predicciones (los equilibrios de Nash) de los tres escenarios mencionados anteriormente, cuando las empresas pueden decidir simultáneamente si contratan un gerente (G) o no lo contratan (NG).

	G	NG
G	$\pi_1^{B(G,G)}, \pi_2^{B(G,G)}$	$\pi_1^{q,(q \text{ ó } p)\ (G,NG)}$, $\pi_2^{q,(q \text{ ó } p)\ (G,NG)}$
NG	$\pi_1^{(q \text{ ó } p),\ q,(G,NG)}$, $\pi_2^{(q \text{ ó } p),\ q,(G,NG)}$	$\pi_1^{C(\mathrm{N}G,NG)}$, $\pi_2^{C(\mathrm{N}G,NG)}$

Sea $\pi_i^{B;(G,G)}$ el beneficio de la empresa *i* cuando ambas contratan gerente y compiten a la Bertrand (este es el equilibrio de Nash hallado para este caso en la sección 3.2.1); $\varpi_i^{C;(NG,NG)}$ el beneficio de la empresa *i* cuando ninguna contrata gerente y compiten a la Cournot (este es el equilibrio de Nash hallado para este caso en la sección 3.1.2); $\varpi_i^{q,(q\text{ ó }p);(G,NG)}$ el beneficio de la empresa *i* cuando la empresa *i* contrata gerente y la empresa *j* no contrata gerente (en este caso, en equilibrio la empresa *i* elige cantidades y la empresa *j* es indiferente entre elegir cantidades o precios en equilibrio, tal como se muestra en la sección 3.3.1) y $\varpi_i^{(q\text{ ó }p),q;(NG,G)}$ el beneficio de la empresa *i* cuando la empresa *i* no contrata gerente y la empresa *j* si contrata gerente (en este caso, en equilibrio la empresa *i* es indiferente entre elegir cantidades o precios y la empresa *j* elige cantidades en equilibrio, tal como se muestra en la sección 3.3.1).

Se puede demostrar para la empresa *i* (apéndice 3) que:

$$\pi_i^{q,(q\text{ ó }p);\,(G,\,NG)} > \pi_i^{C;\,(NG,\,NG)} > \pi_i^{(q\text{ ó }p),\,q;\,(NG,\,G)} > \pi_i^{B(G,\,NG)};\ \mathrm{i} = 1,2$$

Con base en las desigualdades anteriores, se deduce que la matriz de pagos tiene dos equilibrios de Nash: en cada uno de ellos, una de las empresas contrata gerente y elige cantidades y la otra empresa no contrata gerente y elige cantidades o precios.

3.3.2.2 *Bienes complementarios*

De manera similar al caso anterior, la decisión de las dos empresas sobre usar o no incentivos gerenciales en el caso de bienes complementarios, se puede analizar mediante la siguiente matriz de un juego estático cuyos pagos son las mejores predicciones (el equilibrio de Nash) cuando las empresas pueden decidir simultáneamente si contratan un gerente (G) o no lo contratan (NG).

	G	NG
G	$\pi_1^{B(G,G)}$, $\pi_2^{B(G,G)}$	$\pi_1^{p,(q\text{ ó }p)\ (G,NG)}$, $\pi_2^{p,(q\text{ ó }p)\ (G,NG)}$
NG	$\pi_1^{(q\text{ ó }p),\,p,\ (NG,G)}$, $\pi_2^{(q\text{ ó }p),\,p,\ (NG,G)}$	$\pi_1^{B(NG,NG)}$, $\pi_2^{B(NG,NG)}$

Sea $\varpi_i^{B;(G,G)}$ el beneficio de la empresa *i* cuando ambas contratan gerente y compiten a la Bertrand (este es el equilibrio de Nash hallado para este caso en la sección 3.2); $\varpi_i^{B;(NG,NG)}$ el beneficio de la empresa *i* cuando ninguna contrata gerente y compiten a la Bertrand (este es el equilibrio de Nash hallado para este caso en la sección 3.1); $\varpi_i^{p,(q\text{ ó }p);(G,NG)}$ el beneficio de la empresa *i* cuando la empresa *i* contrata gerente y la empresa *j* no contrata gerente (en este caso, la empresa *i* elige precios y la empresa *j* es indiferente entre elegir cantidades o precios en equilibrio, tal como se muestra en la sección 3.3.1) y $\varpi_i^{(q\text{ ó }p),p;(NG,G)}$ el beneficio de la empresa *i* cuando la empresa *i* no contrata gerente y la empresa *j* si contrata gerente (en este caso, la empresa *i* es indiferente entre elegir cantidades o precios y la empresa *j* elige precios en equilibrio, tal como se muestra en la sección 3.3.1).

Se puede demostrar para la empresa *i* (apéndice 3) que:

$$\pi_i^{p,(q\text{ ó }p);\,(G,\,NG)} > \pi_i^{B;\,(NG,\,NG)} > \pi_i^{B;\,(G,\,G)} > \pi_i^{(q\text{ ó }p),\,\mathrm{p};\,(NG,\,G)};\ \mathrm{i} = 1,2$$

De acuerdo con las desigualdades anteriores, para ambas empresas contratar gerentes y elegir contrato de precios es una estrategia dominante y es también un equilibrio de Nash del juego propuesto en la matriz anterior.

Los resultados de las secciones 3.3.2.1 y 3.3.2.2 se resumen en la siguiente proposición:

Proposición 3. En un modelo de duopolio con productos diferenciados en el que cada una de las empresas puede decidir si contrata gerente o no y si acuerda contrato de precios o cantidades con los consumidores, en un Equilibrio de Nash Perfecto en Subjuegos se obtiene: i) cuando los bienes son sustitutos, una de las empresas contrata gerente y elige cantidades, y la otra empresa no contrata gerente y elige cantidades o precios. ii) Cuando los bienes son complementarios, ambas empresas contratan gerentes y eligen contratos de precios. En este caso las empresas obtendrían mayor beneficio si no contrataran gerente. Sin embargo, este resultado no es un equilibrio porque el juego correspondiente presenta el mismo comportamiento del dilema del prisionero.

4. Efectos de los contratos de precios o cantidades y de la delegación estratégica sobre el bienestar social

El análisis presentado en la sección 3 se llevó a cabo fundamentalmente desde la óptica de las decisiones de las empresas. Sin embargo, es de gran interés analizar el impacto de esas decisiones sobre el bienestar social (BS), medido como la suma del excedente de los consumidores (EC) y el excedente de los productores (EP). Es decir[12]: $BS=EC+EP$.

A continuación se presentan los resultados del excedente de los consumidores, el excedente de los productores y el bienestar social obtenidos en cada escenario de elección de contratos de las empresas con los consumidores (cantidades o precios), tanto para el caso en que ninguna de las empresas utiliza incentivos gerenciales, como para el caso en que tales incentivos son utilizados por ambas empresas o por una sola de ellas.

– Excedente de los consumidores (EC)

  Tanto para bienes sustitutos como para bienes complementarios, se obtiene:

  $$EC^{B;(NG,NG)} > EC^{B;(G,NG)} > EC^{B;(G,G)} > EC^{(p,q)\,(NG,NG)} > EC^{(p,q)\,(G,G)} > EC^{C;(G,G)} > EC^{C;(G,NG)} > EC^{C;(NG,NG)}$$

  Con $EC^{B;(NG,NG)} = EC^{C;(G,NG)}$ y $EC^{C;(G,NG)} = EC^{(q,p)\,(G,NG)}$

  El mejor resultado se obtiene cuando las dos empresas eligen contratos de precios (compiten a la Bertrand) y no utilizan incentivos gerenciales y el peor resultado se obtiene cuando las dos empresas eligen contratos de cantidades (compiten a la

12 El excedente de los productores es la suma de los beneficios de las empresas: $EP = \sum_{i=1}^{2} \pi_i$. El excedente de los consumidores se define como $EC = u - p_1q_1 - p_2q_2$, donde $u = \frac{1}{2\left(1-d^2\right)}\left(2aq_1 + 2aq_2 - q_1^2 - q_2^2 + 2adq_1 + 2adq_2 - 2dq_1q_2\right)$

Cournot) y no utilizan incentivos gerenciales.

– Excedente de los productores (*EP*)

Para bienes sustitutos, se obtiene:

$EP^{C;(NG,NG)} > EP^{C;(G,NG)} > EP^{C;(G,G)} > EP^{(p,q)\,(G,G)} > EP^{B;(G,G)} > EP^{(p,q)\,(NG,NG)} > EP^{B;(G,NG)} > EP^{B;(NG,NG)}$

Con $EP^{C;(G,NG)} = EP^{(q,p)\,(G,NG)}$ y $EP^{B;(G,NG)} = EP^{(p,q)\,(NG,NG)}$

El mejor resultado se obtiene cuando las dos empresas eligen contratos de cantidades (compiten a la Cournot) y no utilizan incentivos gerenciales y el peor resultado se obtiene cuando las dos empresas eligen contratos de precios (compiten a la Bertrand) y no utilizan incentivos gerenciales.

Para bienes complementarios, se obtiene:

$EP^{B;(NG,NG)} > EP^{B;(G,NG)} > EP^{B;(G,G)} > EP^{(p,q)\,(G,G)} > EP^{C;(G,G)} > EP^{(p,q)\,(NG,NG)} > EP^{C;(G,NG)} > EP^{C;(NG,NG)}$

Con $EP^{B;(G,NG)} = EP^{(p,q)\,(G,NG)}$ y $EP^{C;(G,NG)} = EP^{(q,p)\,(G,NG)}$

El mejor resultado se obtiene cuando las dos empresas eligen contratos de precios (compiten a la Bertrand) y no utilizan incentivos gerenciales y el peor resultado se obtiene cuando las dos empresas eligen contratos de cantidades (compiten a la Cournot) y no utilizan incentivos gerenciales.

– Bienestar Social (*BS*)

Tanto para bienes sustitutos como para bienes complementarios, se obtiene:

$BS^{B;(NG,NG)} > BS^{B;(G,NG)} > BS^{B;(G,G)} > BS^{(p,q)\,(G,G)} > BS^{(p,q)\,(NG,NG)} > BS^{C;(G,G)} > BS^{C;(G,NG)} > BS^{C;(NG,NG)}$

Con $BS^{B;(G,NG)} = BS^{(p,q)\,(G,NG)}$ y $BS^{C;(G,NG)} = BS^{(q,p);(G,NG)}$

De todos los escenarios analizados, el más conveniente para la sociedad es cuando las dos empresas eligen contratos de precios con los consumidores (compiten a la Bertrand) y no utilizan incentivos gerenciales como herramienta estratégica. El peor resultado, en términos de bienestar social, ocurre cuando las dos empresas eligen contratos de cantidades con los consumidores (competencia a la Cournot) y no utilizan incentivos gerenciales. Sin embargo, en ausencia de acciones regulatorias, son las empresas las que determinan el resultado del mercado. En este escenario, de acuerdo con el análisis efectuado en la sección 3, cuando los bienes son sustitutos, en equilibrio las empresas competirán a la Cournot[13] y sólo una de ellas utilizará incentivos gerenciales, generando uno de los niveles más bajos de bienestar social, tal como se observa en el análisis anterior. Sin embargo, cuando los bienes son complementarios, en equilibrio las empresas compiten en precios

[13] De acuerdo con los resultados de la sección 3, en este caso una de las empresas también podría elegir contrato de cantidades y usar incentivos gerenciales, y la otra podría elegir contrato de precios y no usar incentivos gerenciales debido a que $\varpi_i^{C;(G,NG)}=\varpi_i^{(q,p);(G,NG)}$. Adicionalmente, $BS^{C;(G,NG)}=BS^{(q,p);(G,NG)}$.

y utilizan incentivos gerenciales, en cuyo caso el nivel de bienestar social es uno de los más altos. Un hecho importante que se deriva del análisis efectuado en la sección 3, es que en ningún caso es posible predecir que la sociedad obtenga en equilibrio el mayor nivel posible de bienestar social, que se logra cuando las dos empresas compiten en precios y no utilizan incentivos gerenciales.

5. Conclusiones

A continuación se presentan los principales resultados obtenidos en un mercado de competencia imperfecta con productos diferenciados, en relación con la elección estratégica de contratos de incentivos gerenciales, en un contexto en que las empresas pueden elegir precios o cantidades para competir con sus rivales:

1. En un duopolio con productos diferenciados en el que los dueños de las empresas no utilizan incentivos gerenciales y pueden elegir endógenamente el tipo de contrato que desean acordar con los consumidores (cantidades o precios), en equilibrio, cuando los bienes son sustitutos las empresas acuerdan contratos de cantidades; sin embargo, cuando los bienes son complementarios, las empresas acuerdan contratos de precios.

2. En un duopolio con productos diferenciados en el que los dueños de las empresas pueden elegir endógenamente los incentivos gerenciales y después de haber observado tales incentivos, los gerentes pueden elegir endógenamente el tipo de contrato que desean acordar con los consumidores (cantidades o precios), se encuentra en equilibrio que: i) los gerentes son incentivados a ser menos agresivos en ventas (α_i>1), y ii) Los gerentes eligen contratos de precios, independientemente de si los bienes son sustitutos o complementarios. En el caso de bienes sustitutos, este resultado es contrario al encontrado cuando las empresas no utilizan incentivos gerenciales, en cuyo caso las empresas eligen en equilibrio contratos de cantidades.

3. Si el dueño de cada empresa pudieran elegir si contrata un gerente o no, se obtiene en equilibrio que cuando los bienes son sustitutos, una de las empresas compite en cantidades y contrata gerente, y la otra compite en precios o cantidades y no contrata gerente; sin embargo, cuando los bienes son complementarios, en equilibrio ambas empresas compiten en precios (a la Bertrand) y contratan gerentes.

4. En términos del Bienestar Social, el resultado más favorable ocurre cuando las dos empresas eligen contratos de precios con los consumidores (compiten a la Bertrand) y no utilizan incentivos gerenciales como herramienta estratégica. El resultado más desfavorable ocurre cuando las dos empresas eligen contratos de cantidades con los consumidores (competencia a la Cournot) y no utilizan incentivos gerenciales. Sin embargo, si se analiza el Bienestar Social teniendo en cuenta únicamente las decisiones de las empresas, se obtiene que cuando los bienes son sustitutos se genera uno de los niveles más bajos de bienestar social; sin embargo, cuando los bienes son complementarios

el nivel de bienestar social es uno de los más altos. En ningún caso es posible predecir que la sociedad pueda obtener en equilibrio el mayor nivel posible de Bienestar Social, que se logra cuando las dos empresas compiten en precios y no utilizan incentivos gerenciales.

Se sugiere, para futuras investigaciones, contrastar los resultados obtenidos en este trabajo con los que resultarían si la decisión sobre cantidades o precios se hiciera de manera secuencial (a la Stackelberg). Igualmente, sería interesante analizar las decisiones sobre utilización de contratos gerenciales y las decisiones sobre precios y cantidades, suponiendo que no todos los agentes económicos son neutrales al riesgo. Por último, podría analizarse si los resultados obtenidos son robustos a formas funcionales diferentes a la lineal, para los costos de las empresas y para las demandas de mercado de cada uno de los bienes.

Lista de referencias

Bertrand, J. (1883). Theorie Mathematique de la Richesse Sociale. *Journal des Savantes*, 67.

Cheng, L. (1985). Comparing Bertrand and Cournot Equilibria: A Geometric Approach. *The RAND Journal of Economics*, 16 (1), 146-152.

Coase, R. (1937). The nature of the firm. *Economica New Series*, 4, (16), 386-405.

Cournot, A. (1897). *Recherches sur les Principes Mathematiques de la Theorie des Richesses*. Paris : Hachette [1838]. N. T. Bacon (trad.), *Economic Classics*, Macmillan.

Eichberger, J. (1952). *Game Theory for Economists*. San Diego: Academic Press.

Fershtman, C. (1985). Internal organizations and managerial incentives as strategic variables in competitive environment. *International Journal of Industrial Organization*, 3, 245-253.

Fershtman, C. and Judd, K. (1987). Equilibrium incentives in oligopoly. *American Economic Review*, December, 77 (5), 927-940.

Friedman, J. W. (1977). *Oligopoly and the Theory of Games*. Amsterdam: North Holland.

Jensen, M. C. and Meckling, W. H. (1976). Theory of the firm: Managerial behavior, agency costs and ownership structure. *Journal of Financial Economics*, 3, 305-360.

Nicholson, W. (2004). *Teoría microeconómica*, 8ª. ed. Madrid: Editorial Thompson.

Singh, N. and Vives, X. (1984). Price and quantity competition in a differentiated duopoly. *The Rand Journal of Economics*, 15 (4), 546-554.

Ross, S. (1973). The economic theory of agency: The principal's problem. *American Economic Review*, 63, 134-139.

Sklivas, S. (1987). The strategic choice of managerial incentives. *The Rand Journal of Economics*, 18 (3), 452-458.

Torres, S. y Mejía, A. (2006). Una visión contemporánea del concepto de administración: revisión del contexto colombiano. *Cuadernos de administración*. 19 (32), 111-133.

Vives, X. (1984). Duopoly information equilibrium: Cournot and Bertrand. *Journal of Economic Theory*, 34, 71-94.

von Stackelberg, H. (1934). *Marktform und Gleichgewicht*. Vienna: Springer-Verlag.

Williamson, O. (1991). Comparative economic organization: The analysis of discrete structural alternatives. *Administrative Science Quarterly*, 36, 269-296.

Apéndice 1

Elección de precios o cantidades sin incentivos gerenciales: beneficios de las empresas

En este apéndice se presenta una comparación de los beneficios de las empresas cuando éstas pueden elegir contratos de precios o de cantidades con los consumidores y no usan incentivos gerenciales.

	π_1	π_2
Competencia en precios (Bertrand)	$\dfrac{(a-c+cd)^2}{(d-2)^2}$	$\dfrac{(a-c+cd)^2}{(d-2)^2}$
Competencia en cantidades (Cournot)	$\dfrac{(d+1)(a-c+cd)^2}{(1+d)(d+2)^2}$	$\dfrac{(d+1)(a-c+cd)^2}{(1+d)(d+2)^2}$
Empresa *i* precios, empresa *j* cantidades	$\dfrac{(1-d^2)(d+2)^2(a-c+cd)^2}{(3d^2-4)^2}$	$\dfrac{(a-c+cd)^2(-d^2+d+2)^2}{(3d^2-4)^2}$

Cuando los bienes son sustitutos

$(0 < d < 1)$: $\pi_i^C - \pi_i^{p,q} > 0$; $\pi_i^{q,p} - \pi_i^B > 0$; $\pi_i^B - \pi_i^{p,q} > 0$

Con base en estos resultados se obtiene $\pi_i^C > \pi_i^{p,q} > \pi_i^B > \pi_i^{p,q}$; $i = 1,2$

Cuando los bienes son complementarios

$(-0 < d < 0)$: $\pi_i^B - \pi_i^{p,q} > 0$; $\pi_i^{q,p} - \pi_i^C > 0$; $\pi_i^C - \pi_i^{p,q} > 0$

Con base en estos resultados se obtiene: $\pi_i^B > \pi_i^{p,q} > \pi_i^C > \pi_i^{p,q}$; $i = 1,2$

Apéndice 2

Elección de precios o cantidades con incentivos gerenciales: utilidad de los gerentes

En este apéndice se presenta una comparación de las utilidades de los gerentes cuando las empresas pueden elegir contratos de precios o de cantidades con los consumidores.

	u_1	u_2
Bertrand	$\frac{(d^2-2)^2(a-c+cd)^2}{(d^2+2d-4)^2}$	$(d^2-2)^2\frac{(a-c+cd)^2}{(d^2+2d-4)^2}$
Cournot	$\frac{4(d+1)(a-c+cd)^2}{(1-d)(-d^2+2d+4)^2}$	$\frac{4(d+1)(a-c+cd)^2}{(1-d)(-d^2+2d+4)^2}$
i precios, *j* cantidades	$\frac{(d+1)(a-c+cd)^2(d^4+2d^3-6d^2-4d+8)^2}{(1-d)(5d^4-20d^2+16)^2}$	$\frac{4(a-c+cd)^2(d^4-2d^3-5d^2+2d+4)^2}{(5d^4-20d^2+16)^2}$

$$u_i^{p,q}-u_i^C=(a-c+cd)^2\left[\frac{(d+1)(d^4+2d^3-6-4d+8)^2}{(1-d)(5d^4-20d^2+16)^2}-\frac{4(d+1)}{(1-d)(-d^2+2d+4)^2}\right]>0$$

$$u_i^C-u_i^B=(a-c+cd)^2\left[\frac{4(d+1)}{(1-d)(-d^2+2d+4)^2}-\frac{(d^2-2)^2}{(d^2+2d-4)^2}\right]>0$$

$$u_i^B-u_i^{q,p}=(a-c+cd)^2\left[\frac{(d^2-2)^2}{(1-d)(-d^2+2d+4)^2}-\frac{4(d^4-2d^3-5d^2+2d+4)^2}{(5d^4-20d^2+16)^2}\right]>0$$

En cualquier caso, para $-1 < d < 1$.

Con base en los cálculos anteriores, se obtiene tanto para bienes sustitutos como para bienes complementarios:

$u_i^{p,q} > u_i^C > u_i^B > u_i^{q,p}$

Apéndice 3

Decisión sobre contratar o no contratar gerentes

Bienes sustitutos (0<d<1)

	G	NG
G	$\pi_1^{B(G,G)}\ \pi_2^{B(G,G)}$	$\pi_1^{p,(q\ \text{ó}\ p)\ (G,NG)},\ \pi_2^{p,(q\ \text{ó}\ p)\ (G,NG)}$
NG	$\pi_1^{(q\ \text{ó}\ p)\ p,\ (NG,G)},\ \pi_2^{(q\ \text{ó}\ p),\ p,\ (NG,G)}$	$\pi_1^{B(NG,NG)}\ \pi_2^{B(NG,NG)}$

$$\pi_1^{B;\,(G,G)} = \frac{2\left(2-d^2\right)\left(a-c+cd\right)^2}{\left(d^2+2d-4\right)^2}$$

$$\pi_1^{C;\,(NG,NG)} = \frac{\left(d+1\right)\left(a-c+cd\right)^2}{\left(1-d\right)\left(d+2\right)^2}$$

$$\pi_1^{q\ \text{ó}\ p,q;\,(NG,G)} = \frac{\left(d+1\right)\left(a-c+cd\right)^2\left(d^2+2d-4\right)^2}{16\left(d^2-2\right)^2\left(1-d\right)}$$

$$\pi_2^{q\ \text{ó}\ p,q;\,(NG,G)} = \frac{\left(d+1\right)\left(d-2\right)^2\left(a-c+cd\right)^2}{8\left(2+d^3-d^2-2d\right)}$$

$$\pi_1^{q,\,(q\ \text{ó}\ p);\,(G,NG)} = \frac{\left(d+1\right)\left(d-2\right)^2\left(a-c+cd\right)^2}{\left(2+d^3-d^2-2d\right)}$$

$$\pi_2^{q,(q\ \text{ó}\ p);\,(G,NG)} = \frac{\left(d+1\right)\left(a-c+cd\right)^2\left(d^2+2d-4\right)^2}{16\left(d^2-2\right)^2\left(1-d\right)}$$

$$\pi_i^{p,(q\ \text{ó}\ p);\,(G,\,NG)} - \pi_i^{C;(NG,\,NG)} > 0;\ \pi_i^{C;\,(G,\,NG)} - \pi_i^{(q\ \text{ó}\ p),\,p;\,(NG,\,G)} > 0;\ \pi_i^{(q\ \text{ó}\ p),\,q;\,(NG,\,G)} - \pi_i^{B(G,\,G)} > 0$$

Por tanto,

$$\pi_i^{q,(q\ \text{ó}\ p);\,(G,\,NG)} > \pi_i^{C;(NG,\,NG)} > \pi_i^{(q\ \text{ó}\ p),\,q;\,(NG,\,G)} > \pi_i^{B(G,\,G)}$$

Se obtiene como resultado que la matriz de pagos anterior tiene dos equilibrios de Nash: en cada uno de ellos, una de las empresas contrata gerente y elige cantidades, y la otra empresa no contrata gerente y elige cantidades o precios.

Bienes complementarios ($-1 < d < 0$)

	G	NG
G	$\pi_1^{B(G,G)}, \pi_2^{B(G,G)}$	$\pi_1^{p,(q \text{ ó } p)\,(G,NG)}, \pi_2^{p,(q \text{ ó } p)\,(G,NG)}$
NG	$\pi_1^{(q \text{ ó } p),\,p,\,(NG,G)}, \pi_2^{(q \text{ ó } p),\,p,(NG,G)}$	$\pi_1^{B(NG,NG)}\ \pi_2^{B(NG,NG)}$

$$\pi_1^{B;\,(G,G)} = \frac{2\left(2-d^2\right)\left(a-c+cd\right)^2}{\left(d^2+2d-4\right)^2}$$

$$\pi_1^{B;\,(NG,NG)} = \frac{\left(a-c+cd\right)^2}{\left(d-2\right)^2}$$

$$\pi_1^{(q \text{ ó } p),p;\,(NG,G)} = \frac{\left(4-d^2+2d\right)^2\left(a-c+cd\right)^2}{16\left(d^2-2\right)^2}$$

$$\pi_2^{(q \text{ ó } p),p;\,(NG,G)} = \frac{\left(d+2\right)^2\left(a-c+cd\right)^2}{8\left(2-d^2\right)}$$

$$\pi_1^{p,\,(q \text{ ó } p);\,(G,NG)} = \frac{\left(d+2\right)^2\left(a-c+cd\right)^2}{8\left(2-d^2\right)}$$

$$\pi_2^{p,(q \text{ ó } p);\,(G,NG)} = \frac{\left(4-d^2+2d\right)^2\left(a-c+cd\right)^2}{16\left(d^2-2\right)^2}$$

$$\pi_i^{p,(q \text{ ó } p);\,(G,\,NG)} - \pi_i^{B;(NG,\,NG)} > 0;\ \pi_i^{B;\,(NG,\,NG)} - \pi_i^{B;(G,\,G)} > 0;\ \pi_i^{B;(G,\,G)} - \pi_i^{(q \text{ ó } p),\,p;\,(G,\,G)} > 0$$

Por tanto,

$$\pi_i^{q,(q \text{ ó } p);\,(G,\,NG)} > \pi_i^{B;(NG,\,NG)} > \pi_i^{B;(G,\,G)} > \pi_i^{(q \text{ ó } p),\,p;\,(G,\,G)}$$

De acuerdo con estos resultados, para ambas empresas contratar gerentes y elegir contrato de precios es una estrategia dominante, y es también un equilibrio de Nash del juego propuesto en la matriz anterior.