

LA UTILIDAD DE LOS MÉTODOS DE DECISIÓN MULTICRITERIO (COMO EL AHP) EN UN ENTORNO DE COMPETITIVIDAD CRECIENTE*

*Sergio A. Berumen***

*Francisco Llamazares Redondo****

* El presente artículo fue realizado en el seno del Grupo de Investigación Competitividad y Desarrollo Local en la Economía Global, auspiciado por la Fundación Grupo Santander. Agradecemos la revisión y los valiosos comentarios que han hecho a este trabajo, Fabio Bagnasco Petrelli (catedrático de la Universidad de Padua), Octavio Palacios Sommer (catedrático del Instituto Politécnico Nacional), Petra Schoenghen (profesora titular de la Universidad Libre de Berlín) y a tres árbitros anónimos. El artículo se recibió el 26-03-2007 y se aprobó el 29-11-2007.

** Doctor en Economía, Universidad Complutense de Madrid, España, 1999; Doctor en Ciencias Políticas y Sociología, Universidad Pontificia de Salamanca, España, 1995; M. A. in Economics, Universidad de Cambridge, Reino Unido, 1993; Licenciado en Economía, Universidad Nacional Autónoma de México, 1991. Subdirector de la Real Academia de Ciencias Morales y Políticas, Madrid, España. Profesor investigador del Departamento de Economía Aplicada I, Universidad Rey Juan Carlos, España. Correo electrónico: lee_berumen@racmyp.es

*** Diplomado en Estudios Avanzados con Especialidad en Economía, Universidad Rey Juan Carlos, España, 2005; Magíster en Investigación y Técnicas de Mercado, Escuela Superior de Gestión Comercial y Marketing, España, 2003; Especialista en Planificación y Dirección de Proyectos, Escuela Superior de Gestión Comercial y Marketing, España, 2007; Ingeniero industrial, Universidad de Oviedo, España, 1980. Director y profesor del Departamento de Informática de la Escuela Superior de Gestión Comercial y Marketing, España. Correo electrónico: francisco.llamazares@esic.es

La utilidad de los métodos de decisión multicriterio (como el AHP) en un entorno de competitividad creciente

RESUMEN

La búsqueda de la eficiencia y la productividad contribuyen a la exploración de metodologías de apoyo para la toma de decisiones en escenarios donde intervienen múltiples variables o criterios de selección. Para efectos del presente artículo, se considera que dentro de los diversos métodos de decisión multicriterio, el método AHP muestra fuertes potencialidades en el interés de identificar y priorizar los problemas y las subsecuentes acciones, cuyos resultados serán los procesos de diseño, implementación, validación, control y evaluación enfrentados cotidianamente por las empresas, los sectores industriales y las regiones en el actual entorno regido por la globalización de la economía.

Palabras clave: métodos de decisión multicriterio, AHP, competitividad, empresas, sectores industriales, regiones.

Usefulness of Multiple Criteria Decision Methods (such as AHP) in an Environment with Growing Competitiveness

ABSTRACT

The search for efficiency and productivity contribute to exploring support methodologies for decision making in scenarios where multiple variables or selection criteria intervene. For the purpose of this article, the authors consider that among the diverse multiple criteria decision methods, the analytic hierarchy process (AHP) method shows great potential for identifying and prioritizing problems and subsequent actions whose results will be seen in the design, implementation, validation, control, and evaluation processes that companies, industrial sectors, and regions deal with every day in the current environment governed by economic globalization.

Key words: Multiple criteria decision methods, AHP, competitiveness, companies, industrial sectors, regions.

1. Justificación de los métodos de decisión multicriterio, en especial el AHP

Para Miller (1989), la *retórica aristotélica* se ha afanado en subrayar que el hombre está obligado a tener que elegir entre diversidad de alternativas, aunque no hay reglas sistemáticas infalibles. Por ende, cada vez es más apremiante la necesidad de tomar decisiones, pero también cada vez es mayor el riesgo que se asume dado el escenario de intenso cambio. Desde tiempos remotos ha sido constante el interés por buscar alternativas que “ayuden a decidir” y, con base en ello, implementar modelos que fomenten la competitividad.

Sin embargo, los modelos actuales para la toma de decisiones no son capaces de garantizar que se está asumiendo una decisión en la dirección correcta. Kahl (1970), Argyris (1976), Kahneman y Tversky (1979) y, posteriormente, De Vicente (1999) y De Vicente, Manera Bassa y Blanco (2004) han estudiado que, a pesar de las claras limitaciones de los modelos desarrollados hasta el momento (como lo es la falta de formalización de la que padecen), estos son un referente de notable valor, debido a que permiten identificar elementos de respuesta tangibles a preguntas y problemas que se presentan en la toma de decisiones.

La búsqueda de la eficiencia y la productividad de las empresas, de los sectores industriales y de las regiones está contribuyendo a adoptar metodologías de apoyo en la toma de decisiones, en general, y para el fomento de la competitividad, en particular, en escenarios donde intervienen múltiples variables o

criterios de selección. Las condiciones actuales que imperan en el entorno se distinguen por la rapidez y la intensidad con las que se suscitan los cambios, lo cual implica que los agentes económicos están obligados a tomar decisiones constantemente (y a asumir sus consecuencias), que dependen de múltiples criterios o atributos de tipo cuantitativo, cualitativo o de una mezcla de ambos. Lo anterior lleva a reconocer que cada vez es más necesaria la utilización de metodologías que permitan reducir o atemperar el riesgo que suponen las conjeturas y supuestos improvisados en el afán de alcanzar mejores niveles de competitividad en el seno de las empresas, los sectores industriales y las regiones.

Por consiguiente, los métodos de decisión multicriterio, lejos de ser considerados elementos infalibles y certeros, cuya utilización permite encontrar una solución óptima y definitiva, son una base, sustentada en elementos científicos, que aporta mejoras distintivas para asumir una decisión. Como lo han estudiado Hammond, Keeney y Raiffa (2001), en todo caso se trata de decisiones basadas en componentes cuantificables que permiten ponderar el riesgo y, en virtud de ello, son capaces de elegir la “decisión” que, en el mejor de los casos, resulta ser la más satisfactoria, y en el peor, la menos insatisfactoria.

En este contexto cobra relevancia el planteamiento de lo que se entenderá como el “problema”. En estricto sentido, el problema se refiere a un objeto de estudio que se nutre de elementos cualitativos y cuantitativos (v. g., los sujetos y los elementos de estudio); por ende, no se trata forzosamente de

un conflicto. Los objetivos que se persiguen en la confrontación del problema son (véase Moreno-Jiménez, 2003):

- Identificar lo que se ha interpretado como un problema, y basándose en ello considerar si este es real (como un elemento que genera riesgo) y en qué medida puede resultar perjudicial.
- Identificar la temporalidad, la vigencia, el escenario donde se desarrolla el problema, al igual que los agentes y las causas que lo provocan. Asimismo, es imprescindible reconocer el marco institucional y legal con el que se cuenta y que rige al problema.
- En un primer momento, identificar si vale la pena confrontar el problema y ponderar los costos y las ganancias (para el efecto puede resultar ser muy útil el famoso método DAFO: debilidades, amenazas, fortalezas y oportunidades). En un segundo momento, identificar y seleccionar las alternativas *deseables* y *posibles* que permitirán “atacar” el problema. Ello implica la identificación de los recursos (económicos, técnicos, tecnológicos y humanos) y de las habilidades, aptitudes y valores con los que se cuenta para enfrentar el problema y su posible solución.
- Valorar hasta dónde se está dispuesto a combatir al problema. A partir de ello se pueden identificar opciones consideradas como *second best*, con las cuales se establezca un orden priorizado (*ranking*) de alternativas.

De acuerdo con Simon (1947, 1955, 1978, 1983 y 2005) y Thaler (1986), aquellos pro-

blemas en los que las alternativas de decisión son finitas se denominan problemas de *decisión multicriterio discretos*. Por otro lado, cuando el problema toma un número infinito de valores y conduce a un número infinito de alternativas posibles, se llama *decisión multiobjetivo*. Los principales *métodos de decisión multicriterio discretos* son:

- Ponderación lineal (*scoring*).
- Utilidad multiatributo (MAUT).
- Relaciones de sobreclasificación.
- Análisis jerárquico (AHP).

El método de ponderación lineal (*scoring*) es probablemente el más conocido y el más comúnmente utilizado de los *métodos de decisión multicriterio*. Con este se obtiene una puntuación global por la simple suma de las contribuciones obtenidas de cada atributo. Si se tienen varios criterios con diferentes escalas (dado que ellos no se pueden sumar directamente), se requiere un proceso previo de normalización para que pueda efectuarse la suma de las contribuciones de cada uno de los atributos. Debe tomarse en cuenta que, sin embargo, el orden obtenido con este método no es independiente del procedimiento de normalización aplicado.

Ross (2007) señala que los MAUT se basan en estimar una función parcial para cada atributo, de acuerdo con las preferencias de las personas responsables de tomar las decisiones, que luego se agregan en una función MAUT en forma aditiva o multiplicativa. Al determinarse la utilidad de cada una de las alternativas, se consigue una ordenación del conjunto de las alternativas que intervienen en el proceso.

La teoría MAUT busca expresar las preferencias del tomador de decisiones sobre un conjunto de atributos o criterios. Está basada fundamentalmente en el siguiente principio: todo tomador de decisiones intenta implícitamente maximizar una función que agrega todos los puntos de vista relevantes del problema. Es decir, si se interrogara previamente al tomador de decisiones sobre sus preferencias, sería muy probable que sus respuestas coincidieran con una cierta función de utilidad.

Los métodos basados en relaciones de sobreclasificación originalmente los desarrolló, a finales de la década de los sesenta y en la de los setenta, Roy (1968, 1971, 1973 [con Bertier] y 1974), si bien posteriormente otros autores los han continuado, como Bertier y Bouroche (1981), De Vicente (1999), entre otros. Las propuestas de Roy y sus seguidores generaron una teoría basada en relaciones binarias, denominadas de *sobreclasificación*, y en los conceptos de concordancia y discordancia.

Desde estos criterios fueron creados diversos procedimientos complementarios, entre los que caben destacar, fundamentalmente, los procedimientos *elimination et choix traduisant la réalité* (Electre). Las distintas versiones de Electre (I, II, III, IV, IS y TRI), en realidad, se tratan de una familia de métodos cuyo interés es proponer procedimientos para la solución de diferentes tipos de problemas suscitados en el tratamiento de la teoría de decisión. Estos métodos emplean relaciones de sobreclasificación (*outranking*) para decidir sobre una solución que, sin ser óptima, pueda ser considerada satisfactoria y, de ese modo, obtener una jerarquización de las alternativas.

Un enfoque alternativo al anterior fue desarrollado por Saaty (1980, 1986, 1990, 1994a, 1994b y 1994c), el cual fue denominado *Analytic Hierarchy Process* (AHP, esto es, *proceso de análisis jerárquico*). El AHP es un lógico y estructurado método de trabajo que optimiza la toma de decisiones complejas cuando existen múltiples criterios o atributos, mediante la descomposición del problema en una estructura jerárquica.

Esto permite subdividir un atributo complejo en un conjunto de atributos más sencillos y determinar cómo influyen cada uno de esos atributos individuales en el objetivo de la decisión. Esa influencia está representada por la asignación de los valores que se asigna a cada atributo o criterio. El método AHP establece dichos valores a través de comparaciones pareadas (uno a uno). En determinadas circunstancias esto facilita la objetividad del proceso y permite reducir sustancialmente el uso de la intuición en la toma de decisiones.

2. El AHP como herramienta para la toma de decisiones

En los últimos años el método AHP ha sido muy utilizado en varias de las más grandes empresas, en algunos sectores industriales y en regiones territoriales. Algunos de estos estudios son los de Harker (1987), Ávila Moggollón (1996), Escobar y Moreno-Jiménez (1997), Moreno-Jiménez (2003), Lage-Filho (2004), Lage-Filho y Darling (2004), entre otros. En estas investigaciones se ha utilizado el método AHP como un instrumento de decisión multicriterio en el interés de trasladar la realidad percibida por el individuo a una escala de razón, en la que se reflejen

las prioridades relativas de los elementos considerados.

Por lo tanto, este método ha posibilitado que en el proceso de toma de decisiones se estructure un problema multicriterio en forma visual, mediante la construcción de una jerarquía de atributos, la cual contiene como mínimo tres niveles:

- El propósito o el objetivo global del problema, situado en la parte superior.
- Los distintos atributos o criterios que definen las alternativas en el medio.
- Las alternativas que concurren en la parte inferior del diagrama.

En caso de que los atributos o los criterios no sean lo suficientemente explícitos o claros, pueden incluirse subcriterios más operativos en forma secuencial entre el nivel de criterios y el de las alternativas, lo que origina un modelo jerárquico multinivel. Una vez construido el modelo jerárquico, se reali-

zan comparaciones por pares entre dichos elementos (criterios, subcriterios y alternativas) y se atribuyen valores numéricos a las preferencias señaladas por las personas que intervienen en el proceso de decisión.

Cuando el número de elementos para los que se efectúan las comparaciones relativas supera (7 ± 2), el número mágico de Miller (1956), el modelo AHP recurre a las medidas absolutas (*ratings*) –esta restricción es posible de eliminar si se hace una separación del total de alternativas en grupos de elementos con un cardinal menor que el número de Miller–. La toma de decisiones multiatributo (*multiple attribute decision making*) trabaja con un número finito (que generalmente es pequeño) de alternativas determinadas, $A = \{A_1, A_2 \dots A_m\}$, del cual se conoce además su evaluación sobre cada uno de los atributos, $X_1, X_2, \dots X_n$, de carácter cuantitativo o cualitativo y que se representa a través de la denominada matriz de decisión (Cuadro 1).

Cuadro 1
Matriz de decisión

| | | | | | | |
|-------|----------|----------|-----|----------|-----|----------|
| | X_1 | X_2 | ... | X_j | ... | X_n |
| A_1 | x_{11} | x_{12} | ... | x_{1j} | ... | x_{1n} |
| A_2 | x_{21} | x_{22} | ... | x_{2j} | ... | x_{2n} |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| A_i | x_{i1} | x_{i2} | ... | x_{ij} | ... | x_{in} |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| A_m | x_{m1} | x_{m2} | ... | x_{mj} | ... | x_{mn} |

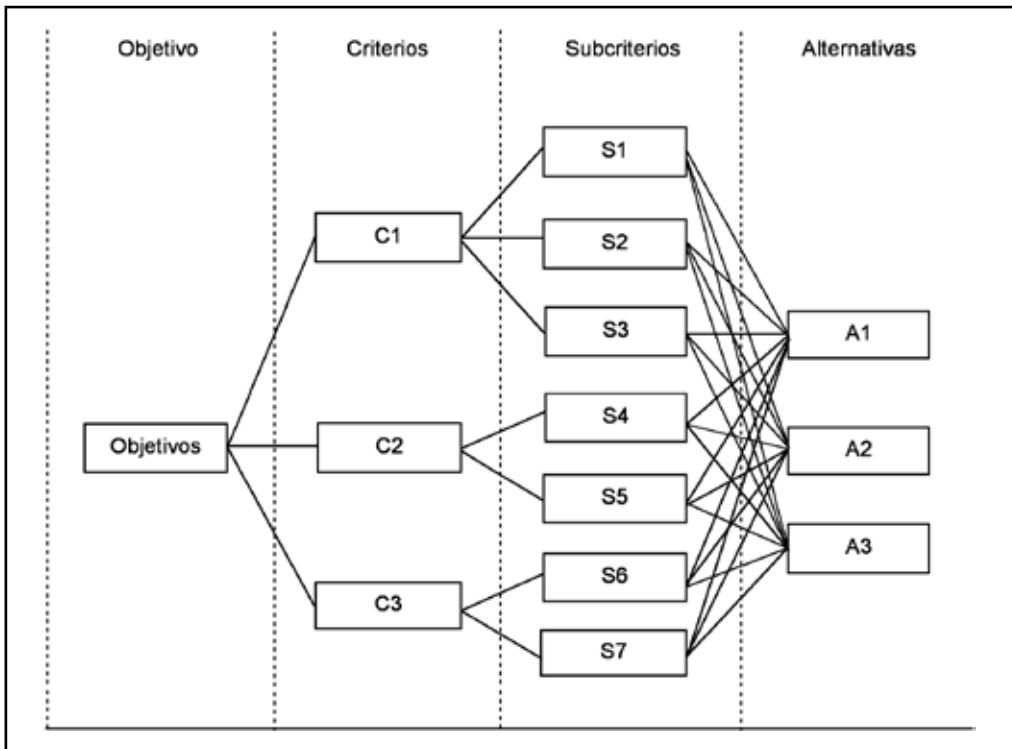
Fuente: elaboración propia.

A partir de la matriz de decisión representada en el Cuadro 1 es posible expresar que x_{ij} es el resultado alcanzado por la alternativa A_i , $j=1, \dots, n$. Asimismo, a partir de los valores preferidos por el tomador de decisiones (sobre cada uno de los atributos), se puede formar la alternativa presuntamente ideal.

Una de las partes más relevantes del modelo AHP consiste en la estructuración de

la jerarquía del problema de forma visual. En esta etapa, los tomadores de decisiones implicados deben desglosar el problema y sus componentes principales en partes. Los pasos para obtener la estructuración del modelo jerárquico son (Gráfico 1): (i) definición del objetivo, (ii) identificación de criterios, (iii) identificación de subcriterios y (iv) identificación de alternativas.

Gráfico 1
Modelo jerárquico para la toma de decisiones con el AHP



Fuente: elaboración propia, con base en Web-HIPRE.

La identificación del problema es el marco o situación que se desea resolver mediante la selección de una de las alternativas

disponibles o de su *ranking*. La *definición del objetivo* es una declaración de algo que uno desea alcanzar (particularmente véase

Keeney, 1992). El objetivo está en un nivel independiente del resto de los elementos (criterios, subcriterios y alternativas), que contribuyen a su consecución.

La *identificación de criterios y subcriterios* constituye los puntos de vista considerados importantes para la resolución de un problema o la consecución de un objetivo. Este proceso es la base para la toma de decisiones, que puede ser medida o evaluada y expresará las preferencias de los implicados. La *identificación de alternativas* corresponde a propuestas posibles o viables mediante las cuales se podrá alcanzar el objetivo general.

Con base en estos elementos es posible establecer las prioridades de acuerdo con el método AHP. El fundamento de la propuesta de Saaty (1980) se basa en que permite dar valores numéricos a los juicios dados por las personas (gracias a lo cual se puede medir cómo contribuye cada elemento de la jerarquía al nivel inmediatamente superior del cual se desprende). Para la realización de las

comparaciones se utilizan escalas de razón en términos de preferencia, importancia o probabilidad, sobre la base de una escala numérica, que va desde uno hasta nueve.

El AHP trata directamente con pares ordenados de prioridades de importancia, preferencia o probabilidad sobre un atributo o criterio representado. Por ende, es posible suponer que este es el método natural que las personas siguieron al tomar decisiones mucho antes que se desarrollaran funciones de utilidad y, evidentemente, antes de que se desarrollara formalmente el AHP (véase Saaty, 1990, 1994a, 1994b y 1994c; Murphy, 1993).

La información que se demanda del tomador de decisiones es una matriz cuadrada que contiene comparaciones pareadas de alternativas o criterios, tal y como se expone en el Cuadro 2. En este caso, A es una matriz $n \times n$, donde a_{ij} es la medida subjetiva de la importancia relativa del criterio i frente al j , según una escala normalizada de 1 (la misma importancia) a 9 (absolutamente más importante).

Cuadro 2
Escala de Saaty

| Escala numérica | Escala verbal |
|-----------------|--|
| 1 | Ambos criterios o elementos son de igual importancia |
| 3 | Débil o moderada importancia de uno sobre el otro |
| 5 | Importancia esencial o fuerte de un criterio sobre el otro |
| 7 | Importancia demostrada de un criterio sobre otro |
| 9 | Importancia absoluta de un criterio sobre otro |
| 2, 4, 6, 8 | Valores intermedios entre dos juicios adyacentes, que se emplean cuando es necesario un término medio entre dos de las intensidades anteriores |
| 2 | Entre igualmente y moderadamente preferible |
| 4 | Entre moderadamente y fuertemente preferible |
| 6 | Entre fuertemente y extremadamente preferible |
| 8 | Entre muy fuertemente y extremadamente preferible |

Fuente: Saaty (1994b).

La matriz de comparaciones pareadas contiene comparaciones alternativas o criterios. Si suponemos una matriz A de dimensión $n \times n$, con los juicios relativos sobre los atributos o criterios, y a_{ij} es el elemento (i, j) de A , para $i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, n$. Entonces se puede decir que A es una matriz de comparaciones pareadas de n criterios, si a_{ij} es la medida de la preferencia del criterio de la fila i cuando se compara con el criterio de la columna j . Cuando $i=j$, el valor de a_{ij} será igual a 1, pues se está comparando el criterio consigo mismo.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & 1 & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & 1 \end{pmatrix} \text{ se cumple que:}$$

$$a_{ij} \cdot a_{ji} = 1: A = \begin{pmatrix} 1 & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ 1/a_{12} & 1 & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1/a_{1n} & 1/a_{2n} & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

En la matriz A todos los elementos son positivos y verifican las siguientes propiedades:

1. Reciprocidad: si A es una matriz de comparaciones pareadas se cumple que:
 $a_{ij} = 1/a_{ji}$, para todas $i, j = 1, 2, \dots, n$
2. Consistencia: $a_{ij} = a_{ik} / a_{jk}$ para todas $i, j, k = 1, 2, \dots, n$

A cada celda de la matriz le corresponderá uno de los valores de la escala de Saaty. Las comparaciones ubicadas al lado izquierdo

de la diagonal formada por el valor 1 tienen una intensidad de preferencia inversa a las ubicadas al lado derecho de la diagonal. Por otro lado, las prioridades se ubican en la parte derecha de la matriz y son calculadas por el *software* para el usuario, incorporando el elemento recíproco en la celda de la matriz que corresponda. Adicionalmente, el AHP muestra las inconsistencias resultantes de los juicios y el valor que las mejoraría. Si el grado de inconsistencia es inaceptable, se deben reconsiderar y revisar sus juicios emitidos sobre las comparaciones pareadas antes de continuar con el análisis.

Una vez que se obtiene la matriz de comparaciones pareadas, es posible hacer una síntesis de las prioridades deducidas de cada faceta del estudio, con el interés de obtener prioridades generales y una ordenación de las alternativas. Para tal fin, el AHP permite combinar todos los juicios o las opiniones, de modo que las alternativas quedan organizadas de la mejor a la peor.

3. Utilidad del método AHP para elegir alternativas en un entorno de competitividad creciente

En el actual proceso de globalización económica, las empresas, los sectores industriales y las regiones están obligados a ser competitivos e innovadores. La competitividad se refiere a la creación y al mantenimiento de un mercado en el que participan numerosas empresas y donde se determina el precio conforme a la ley de la oferta y la demanda. Desde el punto de vista microeconómico, la competitividad se refiere a la capacidad de las empresas para competir y, con base en su éxito, ganar cuota de mercado, incrementar sus beneficios y crecer.

Algunos de los factores más representativos de la competitividad desde la perspectiva microeconómica son los relacionados con los precios y los costos –v. g., la capacidad para ofrecer menores precios que los de los competidores, para reducir los costos (de capital, de mano de obra y de materias primas) o para implementar las estrategias orientadas a la reducción de los costos de financiamiento, como lo es la vinculación del incremento de los salarios con el crecimiento de la productividad, entre otros–. Otros son los relacionados con la calidad de los productos –v. g., las innovaciones tecnológicas en los productos y en los procesos, las adecuaciones en las estructuras de las organizaciones, la capacidad para desarrollar y mantener redes de trabajo con otras empresas, las relaciones con el sector público y las universidades y la capacitación continua de los trabajadores, entre otros– (véase Berumen, 2005 y 2006).

Como se puede suponer, en todas estas variables incide poderosamente la capacidad de decisión de las personas responsables. Tanto en la determinación del precio de un producto como en la elección sobre la mayor inversión en proyectos de innovación, los tomadores de decisiones de las empresas y los sectores industriales tienen que asumir el riesgo que representa cada una de estas opciones, para lo cual es necesario que cuenten con instrumentos que les permitan ponderar un mayor grado de certidumbre.

En lo que respecta al nivel macroeconómico, la competitividad es la aptitud de los países, regiones o localidades para fomentar que las empresas produzcan bienes y servicios, capaces de competir eficazmente con el exterior (y en el exterior), y que los beneficios

derivados impacten en el incremento de la renta. Por consiguiente, los tomadores de decisiones, que en este caso son los políticos y los funcionarios, tienen que asumir la responsabilidad de elegir cuáles serán las estrategias para encaminar a los países, las regiones y las localidades por la senda del progreso (primero del crecimiento y posteriormente del desarrollo, como lo apunta el enfoque neoschumpeteriano).

Los autores neoschumpeterianos se han interesado en el estudio de la elección de alternativas en un entorno de competitividad creciente. El trabajo seminal desde este enfoque es el de Nelson y Winter (1977), en el cual, a través del estudio Simon (1947), los autores se dieron a la tarea de explicar las dinámicas para la toma de decisiones en los sectores industriales.

Nelson y Winter (1982) llegaron a la conclusión de que las empresas, los sectores industriales y las regiones están fuertemente limitados para alcanzar la plena optimización de sus opciones, debido a que las variables necesarias para el correcto análisis de las posibilidades son inconmensurables. En todo caso, sugieren que es preferible que las empresas, los sectores industriales y las regiones utilicen reglas generales, pero que estén en constante adaptación a los cambios que se registran en el entorno.

Sobre la importancia de elegir la opción indicada en el fomento de la competitividad, se han desarrollado trabajos como los de Bleeke (1990); Tidd, Bessant y Pavitt (2001), y Crew (2004). Estos estudios son coincidentes en cuanto a que de la adecuada capacidad de decisión dependerá que las empresas pervivan en su entorno o, por el

contrario, desaparezcan, con el subsecuente impacto para los sectores industriales y las regiones a las que pertenecen.

Ante esta diversidad de elementos, es necesario identificar cuáles son algunos de los más notables métodos de decisión multicriterio para elegir alternativas que fomenten la competitividad en las empresas, los sectores industriales y las regiones. Con el interés de resumir toda la información y poder proporcionar una jerarquización de prioridades de las alternativas que impulsen la competitividad de las empresas, los sectores industriales y las regiones, se sugiere utilizar el proceso matemático llamado *sintetización*, que consiste en obtener un sistema de valores, consistente con las preferencias subjetivas mostradas y recogidas en la matriz de comparaciones pareadas.

Para aplicar el método AHP no hace falta contar con información cuantitativa sobre el resultado que alcanza cada alternativa en cada uno de los criterios considerados, sino tan sólo los juicios de valor de la persona que tome las decisiones. Para llevar a cabo el proceso se tienen que realizar los siguientes pasos (véase De Vicente, 1999): (i) sumar los valores de cada columna de la matriz de comparaciones pareadas; (ii) dividir cada elemento de la matriz entre el total de su columna, y (iii) calcular el promedio de los elementos de cada línea de las prioridades. Dada la matriz de comparaciones:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & 1 & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & 1 \end{pmatrix},$$

sumamos verticalmente los elementos de cada columna. Así se obtienen los valores:

$$v_1, v_2, \dots, v_n = \sum_{i=1}^n a_i$$

Una vez obtenida la suma de cada columna, dividimos cada elemento de la matriz entre la suma obtenida, para conseguir:

$$A_{\text{normalizada}} = \begin{pmatrix} 1/v_1 & a_{12}/v_2 & \dots & a_{1n}/v_n \\ a_{21}/v_1 & 1/v_2 & \dots & a_{2n}/v_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1}/v_1 & a_{n2}/v_2 & \dots & 1/v_n \end{pmatrix}$$

A la cual denominaremos *matriz de comparaciones normalizada*.

El tercer paso consiste en obtener las prioridades de la matriz de comparaciones a partir de la matriz normalizada:

Para ello se calcula el vector columna:

$$p = \begin{pmatrix} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a_{i1} \\ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a_{i2} \\ \vdots \\ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a_{in} \end{pmatrix}$$

que contenga los promedios de las filas, y se obtiene el vector de prioridades de los criterios:

$$p = \begin{pmatrix} p_{c11} \\ p_{c12} \\ \vdots \\ p_{cn1} \end{pmatrix}$$

Se puede comprobar que la suma de los elementos del vector prioridades debe ser igual a 1.

Las prioridades de las alternativas se obtienen mediante la construcción de las matrices que contengan las prioridades de las alternativas respecto de los criterios-subcriterios:

$$\begin{matrix}
 & \text{Criterio 1} & \text{Criterio 2} & \dots & \text{Criterio 3} \\
 \text{Alternativa 1} & P_{11} & P_{12} & \dots & P_{1m} \\
 \text{Alternativa 2} & P_{21} & P_{22} & \dots & P_{2m} \\
 \dots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 \text{Alternativa } n & P_{n1} & P_{n2} & \dots & P_{nm}
 \end{matrix}$$

Las matrices obtenidas se multiplican con las matrices de los vectores de prioridades de los subcriterios respecto al criterio de jerarquía superior:

$$\begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} & \dots & P_{1m} \\ P_{21} & P_{22} & \dots & P_{2m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ P_{n1} & P_{n2} & \dots & P_{nm} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_{c11} \\ P_{c12} \\ \vdots \\ P_{c1n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P'_{11} \\ P'_{12} \\ \vdots \\ P'_{1n} \end{pmatrix}$$

Posteriormente, el proceso se repite hasta terminar todas las comparaciones de los elementos del modelo (criterios, subcriterios y alternativas). Una de las ventajas del AHP es que no se exige transitividad cardinal en los juicios. Esto significa que permite cierta inconsistencia en el tomador de decisiones al emitirlos (Wedley, Schoner y Tang, 1993; Escobar y Moreno-Jiménez, 1997).

No obstante, el propio AHP ofrece un método para medir el grado de consistencia entre

las opiniones pareadas que da el tomador de decisiones. Si el grado de consistencia es aceptable, puede continuarse con el proceso de decisión; pero, de lo contrario, el que toma las decisiones posiblemente tendrá que modificar sus juicios antes de continuar con el estudio.

Por otro lado, la consistencia tiene dos propiedades simultáneas. La primera sobre la *transitividad de las preferencias*, que indica que los juicios emitidos deben respetar las condiciones de transitividad originados al comparar más de dos elementos. Es decir: si w_1 , es mejor que w_2 , y w_2 es mejor w_3 , entonces se espera que w_1 sea mejor que w_3 .

La otra propiedad se refiere a la *proporcionalidad de las preferencias*. Es decir, juicios enteramente consistentes implican, además de la propiedad de transitividad, la proporcionalidad entre ellos. Esto significa que si w_1 es tres veces mejor que w_2 , y w_2 es dos veces mejor que w_3 , entonces se espera que w_1 sea seis veces mejor que w_3 . De acuerdo con lo indicado, podemos decir que una matriz (A) es consistente cuando las comparaciones a pares se basan en medidas exactas. Es decir, cuando los valores w_1, \dots, w_n , son conocidos y se obtiene $a_{ij} = w_i/w_j$.

En la práctica los juicios humanos tienden a ser imperfectos, erráticos y voluntariosos; por lo cual es muy difícil disponer de medidas exactas para los w_i , sobre todo en procesos de decisiones donde, en general, existe una gran cantidad de variables cualitativas. Para Saaty (1980) la consistencia de los juicios son como la verificación del resultado $a_{ik} = a_{ij} a_{jk}$ para todo i, j, k de la matriz de comparaciones pareadas. Es decir, si los juicios del tomador de decisiones fueran exactos, se

cumpliría la ecuación indicada, y la matriz de comparaciones (A) sería consistente.

Si recogemos las comparaciones pareadas entre alternativas en la matriz

$$(A) = \begin{pmatrix} 1 & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & 1 & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

decimos que el elemento a_{12} representa la importancia entre la alternativa 1 y la 2.

Al hacer una analogía de los valores, y suponiendo que la alternativa 1 vale w_1 y la 2 vale w_2 , se tendrá que: $a_{12} = w_1/w_2$. Si en la matriz (A) cada elemento a_{ij} es reemplazado por la relación w_i/w_j , se tendrá la siguiente matriz:

$$(A) = \begin{pmatrix} w_1/w_1 & w_1/w_2 & \dots & w_1/w_n \\ w_2/w_1 & w_2/w_2 & \dots & w_2/w_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_n/w_1 & w_n/w_2 & \dots & w_n/w_n \end{pmatrix}$$

Si consideramos la línea i de la matriz de juicios: $a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{ij}, \dots, a_{in}$, y en el caso ideal, se multiplicaran los elementos de la línea por w_1, w_2, \dots, w_n , tendríamos:

$$\begin{aligned} \frac{w_i}{w_1} \cdot w_1 &= w_i & \frac{w_i}{w_2} \cdot w_2 &= w_i & \dots \\ \frac{w_i}{w_j} \cdot w_j &= w_i & \frac{w_i}{w_n} \cdot w_n &= w_i \end{aligned}$$

Si hacemos lo mismo con las decisiones o juicios reales, se obtendría un *vector línea*, cuyos elementos representarían una dispersión estadística del juicio dado sobre el valor w_i . Por lo tanto, se puede utilizar como estimativa de w_i el promedio de los valores, y queda como sigue:

Situación ideal: $w_i = a_{ij} \cdot w_j$ (para $i, j = 1, 2, \dots, n$)
Situación de un caso real:

$$w_i = \frac{1}{n} \cdot \sum_{j=1}^n a_{ij} \cdot w_j$$

De este modo, si tenemos una matriz A que contiene los juicios ideales o totalmente precisos, y otra matriz A' que recoja además los desvíos o errores producidos ante un caso real, sucede que para determinar si el nivel de consistencia es o no admisible, partimos de que si una matriz es consistente, implica que existe un vector columna (w) de valores w_j ($j = 1, 2, \dots, n$), donde: $w_i/w_j = a_{ij}$ y que $(A) \cdot (w) = n \cdot (w)$

Según la teoría de matrices, dado que $\sum \lambda_i = \sum a_{ii} = n$, y al considerar pérdida de consistencia de la matriz A , se genera una matriz A' , y se cumple para este caso que:

$$(A') \cdot (w') = \lambda \max \cdot (w')$$

y $\lambda \max \geq n$

Si hay consistencia:

$$\lambda \max = n = \sum_{i=1}^n \lambda_i$$

si

$$\lambda_i = \lambda \max \Rightarrow \sum \lambda_i + \lambda_j \Leftrightarrow \sum_{i \neq j} \lambda_i$$

Si no hay consistencia:

$$\sum_{i \neq j} \lambda_i \neq 0$$

Además, cuanto más parecido sea λ_{max} al número de alternativas que se están analizando (n), más consistente será el juicio de valor elaborado.

El desvío de la consistencia viene representado por el *índice de consistencia* (IC).

$$IC = \frac{\lambda_{max} - n}{(n - 1)}$$

Este mide la dispersión de los juicios del tomador de decisiones en la matriz A .

El AHP calcula la razón de consistencia como IC de (A) y el IC aleatorio o (IA), teniendo que la relación de consistencia (RC):

$$RC = \frac{IC}{IA}$$

El IA (Cuadro 3) es el índice de consistencia aleatoria de la matriz A ; en tanto que el índice de consistencia de una matriz de comparaciones pareadas es cuando las comparaciones por pares se generan al azar. Incluso es posible generar aleatoriamente matrices del tipo A estrictamente recíprocas y de diferentes tamaños. Este se denomina *índice de consistencia aleatoria* (ICA) o *índice randómico* (IR).

Cuadro 3
Índice de consistencia aleatoria (ICA)

| | | | | | | | | | | |
|---------------------------------------|---|---|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Número de elementos que se comparan | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Índice de consistencia aleatorio (IA) | 0 | 0 | 0,58 | 0,89 | 1,11 | 1,24 | 1,32 | 1,40 | 1,45 | 1,49 |

Fuente: elaboración propia.

Se considera que la consistencia del tomador de decisiones es aceptable cuando la RC es <10%. Este valor está sujeto a la dimensión de la matriz de comparaciones; es decir, del mismo número de elementos que se comparan para completar la matriz. Este número viene dado por:

$$\frac{n \cdot (n - 1)}{2} = \text{número de comparaciones: } n \text{ es la dimensión de la matriz.}$$

4. El AHP como instrumento para la medición de la competitividad regional: el caso de los municipios mineros de Castilla y León, España

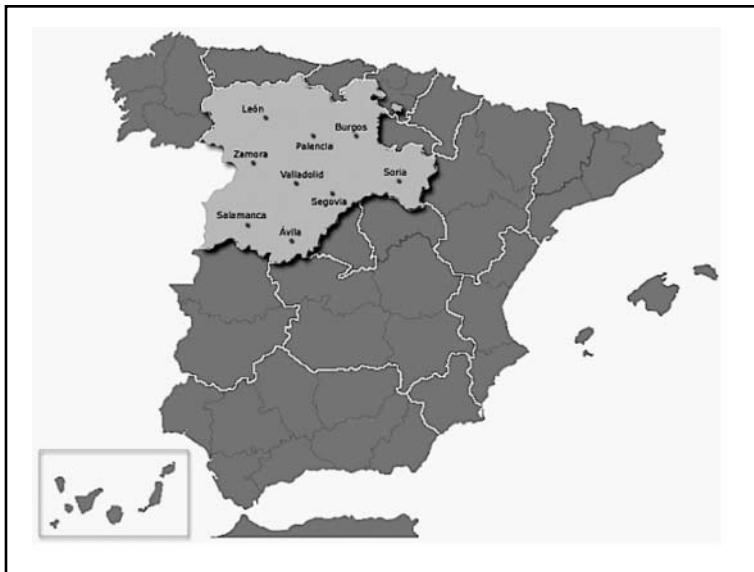
El 15 de julio de 1997, el Ministerio de Industria y Energía y las Federaciones de los sindicatos Unión General de Trabajadores (UGT) y Comisiones Obreras (CC. OO.) firmaron el *Plan 1998-2005 de la Minería*

del Carbón y Desarrollo Alternativo de las Comarcas Mineras. Posteriormente, el 5 de enero de 2002 se publicó en el *Boletín Oficial del Estado* (BOE) la Orden de 17 de diciembre del Ministerio de Economía, mediante la cual se establecieron las bases reguladoras para el fomento de la competitividad en ese sector industrial en los municipios mineros.

Con base en el estudio de los indicadores sociales y económicos descritos en el *Inventario de operaciones estadísticas* (IOE), de la Administración General del Estado,

en el presente apartado se utilizará el programa AHP Web HIPRE para determinar la posición competitiva de los municipios mineros (de mayor a menor, en virtud de sus atributos y factores) que conforman la Comunidad Autónoma de Castilla y León, España (Gráfico 2 y Cuadro 4). El IOE refleja los datos estadísticos proporcionados por los ministerios, el Banco de España, el Instituto Nacional de Estadística (INE), el anuario económico publicado por la Fundación “La Caixa” y el Instituto L. Klein (Universidad Autónoma de Madrid).

Gráfico 2
Comunidad Autónoma de Castilla y León, España



Fuente: Instituto Nacional de Estadística, <http://www.ine.es>

Cuadro 4
Perfil de los municipios analizados

| | Densidad de población | Tasa natalidad | % desempleados | Renta/hab. | Presup./hab. | Núm. de empresas |
|------------------------|-----------------------|----------------|----------------|------------|--------------|------------------|
| Barrios de Luna | 3,46 | 3,1 | 2,15 | 11.650 | 1.304 | 28 |
| Bembibre | 158,61 | 8,3 | 6,87 | 10.916 | 1.322 | 32 |
| Boñar | 12,84 | 3,9 | 4,57 | 10.831 | 596 | 36 |
| Babero | 96,99 | 5,5 | 7,63 | 11.223 | 1.838 | 22 |
| La Robla | 50,43 | 4,0 | 4,98 | 11.117 | 1.835 | 28 |
| Riaño | 5,35 | 3,7 | 3,71 | 10.980 | 2.457 | 56 |
| Sabero | 62,07 | 6,5 | 5,04 | 11.187 | 907 | 17 |
| Triollo | 1,31 | 0,0 | 1,20 | 12.870 | 371 | 48 |
| Villablino | 52,16 | 7,8 | 4,79 | 11.797 | 684 | 21 |
| Villafranca del Bierzo | 4,12 | 5,7 | 5,61 | 12.310 | 669 | 33 |

Fuente: IOE (2007).

En el presente análisis se han adoptado los criterios señalados en el Cuadro 5.

Cuadro 5
Relación de criterios

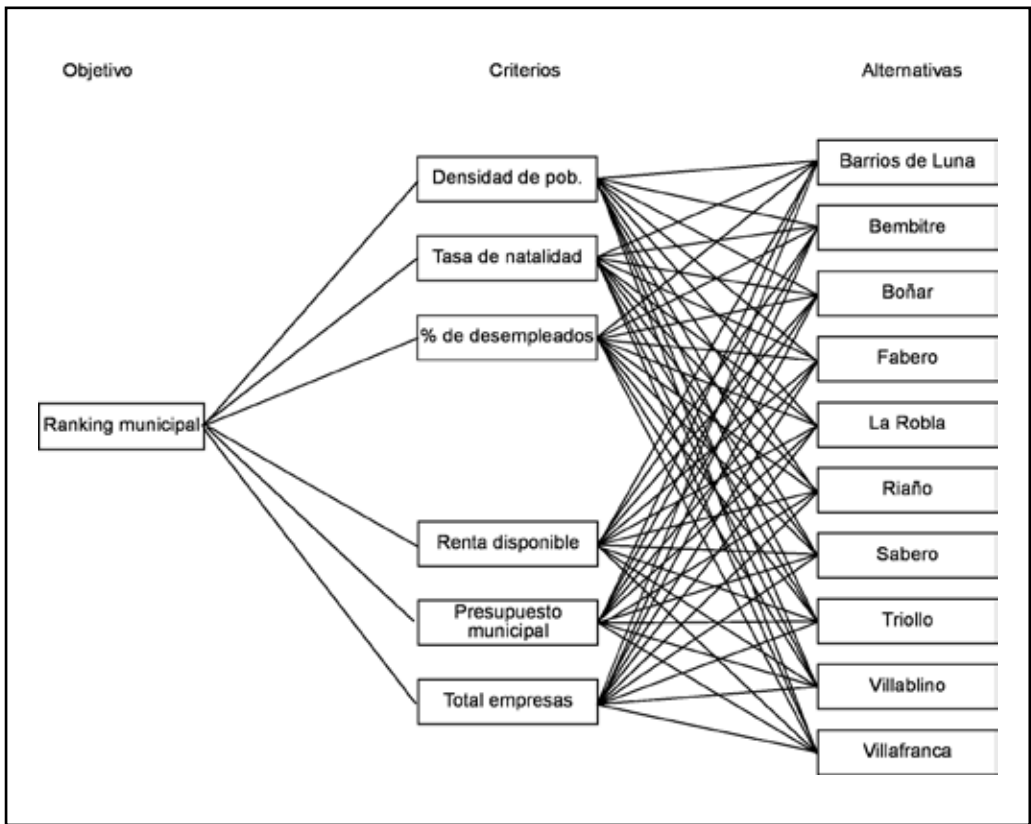
| Criterio | Descripción |
|--------------------------------|---|
| Densidad de población | Proporciona información sobre el carácter rural o urbano del municipio. Población/superficie en km ² |
| Tasa de natalidad en % | Este indicador permite conocer la probable evolución cuantitativa de la población para propiciar y orientar la transformación cualitativa y desarrollo de la sociedad futura Es la relación entre nacidos vivos en un año y la población total estimada a mitad del mismo año multiplicada por 1.000 |
| Renta disponible por habitante | Renta bruta disponible de los hogares por habitante (en euros) |
| Presupuesto municipal | Presupuesto municipal medio por habitante (en euros) |
| % de desempleados | % de desempleados sobre población total |
| Núm. de empresas | Número de empresas por cada 1.000 habitantes (total empresas/total habitantes)*1.000 |

Fuente: elaboración propia.

La municipios objeto del estudio fueron elegidos de forma aleatoria de una población de 106 municipios mineros de Castilla y León. Estos son Barrios de Luna, Bemibre, Boñar, Fabero, La Robla, Riaño, Sabero, Triollo, Villablino y Villafranca del Bierzo. En el

Gráfico 3 se muestra la representación gráfica del *árbol de jerarquías*, en los términos de la definición de los criterios y las alternativas de decisión conforme al programa AHP Web HIPRE.

Gráfico 3
Árbol de jerarquías



Fuente: elaboración propia con base en los resultados obtenidos con Web-HIPRE.

Una vez identificado el perfil de los municipios analizados (descritos en el Cuadro 4), en el Cuadro 6 se muestra la evolución de cada uno de los municipios de acuerdo con los

seis criterios considerados en el Cuadro 5, y la comparación paritaria entre los criterios considerados.

Cuadro 6
Comparación paritaria entre los criterios considerados y el resultado de la comparación

| | Densidad de población | Tasa de natalidad | % desempleados sobre población | Renta disponible por hab. | Presupuesto municipal por hab. | Número de empresas | Resultados de la comparación paritaria |
|--------------------------------|-----------------------|-------------------|--------------------------------|---------------------------|--------------------------------|--------------------|--|
| Densidad de población | 1,00 | 0,33 | 0,50 | 1,00 | 1,00 | 0,50 | 0,102 |
| Tasa de natalidad | 3,00 | 1,00 | 1,00 | 2,00 | 2,00 | 2,00 | 0,259 |
| % desempleados sobre población | 2,00 | 1,00 | 1,00 | 2,00 | 2,00 | 1,00 | 0,218 |
| Renta disponible por hab. | 1,00 | 0,50 | 0,50 | 1,00 | 3,00 | 2,00 | 0,175 |
| Presupuesto municipal por hab. | 1,00 | 0,50 | 0,50 | 0,33 | 1,00 | 0,50 | 0,090 |
| Número de empresas | 2,00 | 0,50 | 1,00 | 0,50 | 2,00 | 1,00 | 0,155 |

Fuente: elaboración propia con base en los resultados obtenidos con Web-HIPRE.

En esta etapa de la valoración se incorporó el factor *preferencia*, a través de la comparación paritaria de los criterios considerados (Gráfico 4). Las matrices cuadradas $A=(a_{ij})$ reflejan la dominación relativa de un elemento frente a otro respecto a un atributo en común. Por lo tanto, a_{ij} representa la dominación de la alternativa i sobre la j .

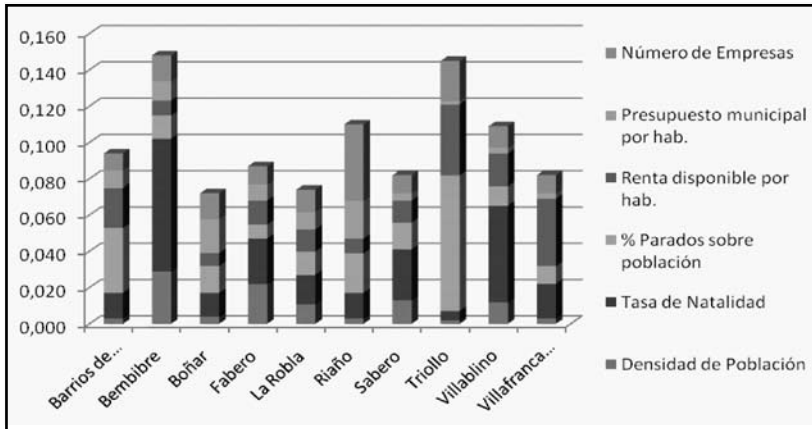
Los resultados derivados del Cuadro 7 señalan que el municipio con una mejor posición competitiva es Bembibre, debido a que es el que mejor cumple con los criterios considerados en el Cuadro 5: obtuvo una prioridad de 0,147 o 14,7%. El segundo puesto lo ocupa el municipio de Triollo, con una prioridad de 0,144 o 14,4%. Finalmente, el peor

posicionado fue el municipio de Boñar. El estudio aquí mostrado permite validar que los métodos de decisión multicriterio (AHP) son una herramienta de gran utilidad para hacer frente a las implicaciones derivadas del actual entorno de competitividad creciente.

Una vez obtenido el vector resultante de las comparaciones paritarias entre los criterios, el Cuadro 7 muestra: (i) las comparaciones paritarias entre los diez municipios (vector) y (ii) el *ranking* de los municipios para cada uno de los criterios analizados.

Para realizar comparaciones relativas entre espacios equivalentes, como son los municipios de Castilla y León, el método AHP

Gráfico 4
Comparación paritaria de los criterios considerados



Fuente: elaboración propia con base en los resultados obtenidos con Web-HIPRE.

Cuadro 7
Comparaciones paritarias entre los municipios y el ranking de los municipios para cada uno de los criterios considerados

| | Densidad de población | Tasa de natalidad | % desempleados sobre población | Renta disponible por hab. | Presupuesto municipal por hab. | Número de empresas | Vector | Ranking |
|------------------------|-----------------------|-------------------|--------------------------------|---------------------------|--------------------------------|--------------------|--------|---------|
| Barrios de Luna | 0,003 | 0,014 | 0,036 | 0,022 | 0,010 | 0,009 | 0,094 | 5 |
| Bembibre | 0,029 | 0,073 | 0,013 | 0,008 | 0,011 | 0,014 | 0,147 | 1 |
| Boñar | 0,004 | 0,013 | 0,015 | 0,007 | 0,019 | 0,014 | 0,072 | 10 |
| Fabero | 0,022 | 0,025 | 0,008 | 0,013 | 0,009 | 0,010 | 0,085 | 6 |
| La Robla | 0,011 | 0,016 | 0,013 | 0,012 | 0,010 | 0,012 | 0,074 | 9 |
| Riaño | 0,003 | 0,014 | 0,022 | 0,008 | 0,021 | 0,042 | 0,111 | 3 |
| Sabero | 0,013 | 0,028 | 0,015 | 0,012 | 0,004 | 0,010 | 0,081 | 8 |
| Triollo | 0,002 | 0,005 | 0,075 | 0,039 | 0,002 | 0,022 | 0,144 | 2 |
| Villablino | 0,012 | 0,053 | 0,011 | 0,018 | 0,003 | 0,012 | 0,109 | 4 |
| Villafranca del Bierzo | 0,003 | 0,019 | 0,010 | 0,037 | 0,003 | 0,010 | 0,083 | 7 |

Fuente: elaboración propia con base en los resultados obtenidos con Web-HIPRE.

nos ha permitido ordenar los municipios del mejor al peor, considerando simultáneamente la relación de criterio descritos en el Cuadro 5. El resultado obtenido en el Cuadro 7 muestra una ordenación por niveles de desarrollo socioeconómico municipal. Gracias al *ranking* de municipios así construido, es posible observar, de forma comparada, la posición relativa de cada municipio con respecto a una posición media. En virtud de lo anterior, es posible identificar que Bem-bibre es el municipio mejor posicionado, y Boñar, el peor.

Conclusiones

En un entorno de competitividad creciente es fundamental el empleo de métodos que ayuden a decidir sobre elecciones concretas. La búsqueda de la eficiencia y la productividad de las empresas y los sectores industriales, pero también de las regiones y las localidades, están contribuyendo a la búsqueda de metodologías de apoyo en la toma de decisiones en escenarios donde intervienen múltiples variables o criterios de selección.

Desde tiempos remotos ha sido una constante el interés por buscar alternativas que ayuden a decidir y, con base en ello, implementar modelos que ofrezcan alternativas para el fomento de la competitividad. Para el presente trabajo, el método AHP muestra fuertes potencialidades en el interés de identificar y de priorizar los problemas y las subsecuentes acciones que derivarán, como lo puede ser en los procesos de diseño, implementación, validación, control y evaluación a los que se enfrentan cotidianamente las empresas, los sectores industriales y las regiones en el

actual entorno regido por la globalización de la economía.

El método AHP se caracteriza por su flexibilidad, la cual facilita el entendimiento de la situación de los problemas. Esto permite llevar a cabo un proceso ordenado y gráfico de las etapas requeridas en la toma de decisiones. Asimismo, el AHP permite analizar por separado la contribución de cada componente del modelo respecto al objetivo general. Por contrapartida, la limitación que plantea el uso del AHP es el número de elementos que pueden compararse simultáneamente –número de Miller (7 ± 2)–. Es posible eliminar esta restricción si se hace una separación del total de alternativas en grupos de elementos con un cardinal menor que el número de Miller.

Lista de referencias

- Argyris, C. (1976). Single-loop and double-loop models in research on decision making. *Administrative Science Quarterly*, 21 (3), 363-375.
- Ávila Mogollón, R. M. (1996). *Proyecto regional. Santiago, Chile, 2000. Información sobre tierras y aguas para un desarrollo agrícola sostenible*. Santiago: Proyecto FAO. Clave GCP/RLA/126/JPN.
- Bertier, P. y Bouroche, J. M. (1981). *Analyse des données multidimensionnelles*. Paris: PUF.
- Berumen, S. A. (2005). An approach to local and regional competitiveness. *Cuadernos de Administración* (29), 13-32.
- (2006). Una aproximación a los indicadores de la competitividad local y factores de la producción. *Cuadernos de Administración* (31), 12-29.

- Bleeke, J. (1990). Strategic choices for newly opened markets. *Harvard Business Review*, septiembre-octubre, 26-39.
- Boletín Oficial del Estado* (2002, 5 de enero). *Orden de 17 de diciembre del Ministerio de Economía*. BOE: Madrid.
- Crew, A. (2004). *Trade's paradigm under analysis*. Johannesburg: St. Andrew.
- De Vicente, M. A. (1999). *Ayuda multicriterio a la decisión: problemática de los criterios en los métodos de sobreclasificación*. Madrid: Dykinson.
- , Manera Bassa, J. y Blanco, F. J. (2004). *Análisis multivariante para las ciencias sociales*. Madrid: Dykinson.
- Escobar, M. T. y Moreno-Jiménez, J. M. (1997). Problemas de gran tamaño en el proceso AHP: aplicación de método a un caso simplificado del Plan Nacional de Regadíos. *Estudios de Economía Aplicada*, 8, 25-40.
- Hammond, J. S., Keeney, R. L. y Raiffa, H. (2001). *Decisiones inteligentes: guía práctica para tomar mejores decisiones*. Barcelona: Gestión 2000.
- Harker, P. T. (1987). The incomplete pairwise comparisons in the analytic hierarchy process. *Mathematical Modelling*, 9, 837-848.
- Kahl, A. (1970). Management decision models and computers. *Management Science*, 17 (4), B269-B281.
- Kahneman, D. and Tversky, A. (1979). Prospect theory: An analysis of decisions under risk. *Econometrica*, 4, 263-291.
- Keeney, R. R. (1992). *Value-focused thinking: A Path to creative decision making*. Cambridge, Mass.: Harvard University Press.
- Lage-Filho, L. (2004). *Venezuela: Iniciativa para la Integración de la Infraestructura Regional Suramericana (IIRSA)*. Caracas: Selección de Municipios para Desarrollo Local (SMDL).
- and Darling, A. (2004). *Establishing priorities for the preservation of historic cities*. Washington: Inter-American Development Bank (IADB).
- Langley, A. (1989). In search of rationality: The purposes behind the use of formal analysis in organizations. *Administrative Science Quarterly*, 34(4), 598-631.
- Miller, A. (1956). The magical number seven plus or minus two: Some limits on our capacity for processing information. *The Psychological Review* (63), 81-97.
- (1989). The rethoric of decision making science, of Herbert A. Simon says. *Science, Technology & Human Values*, 14 (1), 43-46.
- Ministerio de Administraciones Públicas de España (2007). *Inventario de operaciones estadísticas* (IOE). Madrid: autor.
- Ministerio de Industria de España (2006). *Plan 1998-2005 de la Minería del Carbón y Desarrollo Alternativo de las Comarcas Mineras*. Madrid: autor.
- Moreno-Jiménez, O. (2003). Los métodos estadísticos en el nuevo método científico. En J. M. Casas y A. Pulido, *Información económica y técnicas de análisis en el siglo XXI* (pp. 331-348). Madrid: INE.

- Murphy, C. K. (1993). Limits on the analytic hierarchy process from its consistency index. *European Journal of Operational Research* (65), 138-139.
- Nelson, R. and Winter, S. G. (1977). In search of a useful theory of innovation. *Research Policy*, 6 (1), 36-76.
- (1982). *An evolutionary theory of economic change*. Cambridge, Mass.: Harvard University Press.
- Ross, D. (2007). *Economic theory and cognitive science*. Boston: MIT Press.
- Roy, B. (1968). Classement et choix en présence de points de vue multiples: la méthode Electre. *Revue Française d'Informatique et de Recherche Operationnelle*, 8, 57-75.
- (1971). Problems and methods with multiple objective functions. *Mathematical Programming*, 1, 239-266.
- (1974). Critères multiples et modélisation des préférences: l'apport des relations de surclassement. *Revue d'Économie Politique*, 1, 1-44.
- y Bertier, P. (1973). La méthode Electre II: une application au media planning. In M. Ross (ed.), *Operational research 72* (pp. 291-302). New York: North Holland Publishing Co.
- Saaty, T. L. (1980). *Multicriteria decision making: The analytic hierarchy process*. New York: McGraw Hill.
- (1986). Axiomatic foundation of the analytic hierarchy process. *Management Science*, 32 (7), 841-855.
- Roy, B. (1990). How to make a decisión. *European Journal of Operational Research* (48), 9-26.
- (1994a). *Fundamentals of decision making and priority theory with the analytic hierarchy process*. Pittsburgh: RWS Publications.
- (1994b). How to make a decision: the analytic hierarchy process. *Interfaces*, 24 (6), 19-43.
- (1994c). Homogeneity and clustering in AHP ensures the validity of the scale. *European Journal of Operational Research*, 72, 598-601.
- Simon, H. A. [1947] (2000). *Administrative behaviour: A study of decision making processes in administrative organizations*. New York: Free Press.
- (1955). A Behavioral model of rational choice. *Quarterly Journal of Economics*, 69, 99-118.
- (1978). On how to decide what to do. *The Bell Journal of Economics*, 9 (2), 494-507.
- (1983). *Reason in human affairs*. Stanford: Stanford University Press.
- (2005). Darwinism, altruism and economics. In K. Dopfer (ed.), *The evolutionary foundations of economics*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Thaler, R. (1986). The psychology and economics conference handbook: Comments on Simon, on Einhorn and Hogarth, and on Tversky and Kahneman. *The Journal of Business*, 59 (4), S279-S284.
- Tidd, J., Bessant, J. and Pavitt, K. (2001). *Managing innovation: Integrating technological, market*

and organizational change. Chichester: John Wiley.

WEB-Hipre (s. f.). *Global decision support*. Recuperado de: <http://www.hipre.hut.fi>

Wedley, W. C., Schoner, B. and Tang, T. S. (1993). Starting rules for incomplete comparisons in the analytic hierarchy process. *Mathematical and Computer Modelling*, 17 (4-5), 93-100.

