

CRECIMIENTO ECONÓMICO Y DISTRIBUCIÓN DEL INGRESO EN COLOMBIA: EVIDENCIA SOBRE EL CAPITAL HUMANO Y EL NIVEL DE EDUCACIÓN*

*Alexander Cotte Poveda**
Jin Anthony Cotrino Sossa****

* El presente documento es el resultado de uno de los trabajos de investigación que realiza el grupo de investigaciones en Violencia, Instituciones y Desarrollo Económico (VIDE), de la Universidad de La Salle, reconocido en Categoría A por Colciencias. Los autores agradecen los valiosos y acertados comentarios de los evaluadores anónimos a una versión inicial del trabajo. Sin embargo, y como es de rigor, las opiniones expresadas en este artículo son responsabilidad exclusiva de los autores. El artículo se recibió el 18-04-2006 y se aprobó el 05-12-2006

** Magíster en Economía, Universidad de los Andes, Colombia, 2001. Economista, Universidad Central, Colombia, 1996. Coordinador de investigaciones del Área de las Ciencias Económicas, Administrativas y Contables, Departamento de Investigaciones, Universidad de La Salle. Director del Grupo de Investigaciones VIDE. Correo electrónico: acotte@lasalle.edu.co

*** Magíster en Ciencias Económicas, Universidad Santo Tomás, Colombia, 2005. Economista, Universidad Santo Tomás, Colombia, 2001. Docente investigador, Departamento de Postgrados, Universidad del Meta. Correo electrónico: jacotrino@registraduria.gov.co

RESUMEN

En los últimos treinta años, el comportamiento de la producción en Colombia se ha analizado desde un modelo que relaciona el capital físico, el *stock* de capital humano –desagregado en mano de obra calificada y no calificada– y el índice de empleo. Los resultados de este estudio distinguen dos efectos importantes del capital humano sobre el crecimiento económico: el primero, en el interior del mismo capital humano, se refiere a la mayor productividad o eficiencia adquiridos con mayores niveles de educación o entrenamiento. El segundo es el beneficio generado por la mayor escolaridad de la sociedad o por innovaciones tecnológicas que se difunden libremente, es decir, es un efecto social, no individual, que indica que aquellas economías con mayores promedios de capital humano capacitado son más productivas que las demás. Esto se refleja en una mayor productividad de la sociedad y en mayores tasas de crecimiento económico.

Palabras clave: educación, crecimiento económico, distribución del ingreso, capital humano.

ABSTRACT

Economic Growth and Income Distribution in Colombia: As Affected by Human Capital and the Level of Education

For the past thirty years, the behavior of production in Colombia has been analyzed using a model that establishes relations among the physical capital, the stock of human capital – broken down into skilled labor and non-skilled labor –, and the employment index. The results of this study distinguish two important effects of human capital on economic growth. The first has to do with the human capital itself; it refers to the greater productivity or efficiency acquired through greater levels of education or training. The second is the benefit generated by a greater percentage of the society being educated or through freely disseminated technological innovations; it is a social effect, not an individual one, which indicates that economies with more trained human capital are more productive than others. They both result in greater productivity for the society at large and in higher economic growth rates.

Key words: Education, economic growth, income distribution, human capital.

Introducción

La calidad del factor trabajo y el nivel de educación se constituyen en elementos centrales, y de gran importancia, en el crecimiento y desarrollo de los países. Por tal motivo, se han generado una serie de modelos que en buena medida describen el proceso de mejoramiento de la calidad de los trabajadores, los efectos de las mejoras en la educación y la incidencia que tienen estos factores en la distribución y la reducción de la pobreza. Estudios del Banco Mundial (2002), referidos a Colombia, sostienen que los avances logrados para reducir la pobreza se anularon por la crisis económica de finales de los años noventa. Se busca que los agentes más pobres cuenten con posibilidades de acumular y lograr algún tipo de “convergencia” hacia los niveles de ingreso más altos. Así, claramente se cerraría la brecha distributiva y se estaría –en el agregado– incrementando la tasa de crecimiento de la economía. Con este efecto causal se cumplirían dos objetivos de política económica: distribución y crecimiento.

Por lo anterior, este documento busca examinar la relación que existe entre el capital humano, el nivel de empleo, la calificación de los trabajadores y su contribución al crecimiento económico del país. Se parte de la idea de que la educación puede ser un determinante fundamental del crecimiento que origina mejores dinámicas distribucionales. Para el caso colombiano, algunas de las investigaciones sobre el tema examinan las características estáticas de la distribución del ingreso, separando las implicaciones dinámicas. Este trabajo realiza un análisis dinámico de la relación entre capital humano, los efectos distribucionales de la educación

y el crecimiento económico. Fundamentados en los modelos descritos por Ljungqvist (1993), Owen (1998) y Gaviria y Posada (1995) se estiman las diferentes contribuciones de los factores productivos y los aportes de la mano de obra calificada y la no calificada en la producción agregada.

Ello constituye una novedad, toda vez que los estudios tradicionales, cuando miden el capital humano desde el promedio de educación de la población, asumen tácitamente que la mano de obra calificada y la no calificada, son sustitutos perfectos. Este documento analiza estas participaciones, muestra la evidencia empírica para el caso colombiano y permite determinar el efecto distribucional de la acumulación del capital humano. El análisis se realiza desde el punto de vista distribucional, dado que la distinción entre trabajo calificado y no calificado se constituye en uno de los elementos centrales para determinar los efectos sobre el crecimiento según el nivel de calificación del factor trabajo.

Con este propósito, el artículo se ha organizado en cuatro secciones. La primera revisa los antecedentes y el marco teórico sobre crecimiento y distribución, tanto para la experiencia internacional como para el caso colombiano. Igualmente, detalla el papel de la equidad, la desigualdad, la pobreza y la acumulación de capital humano. A continuación, se analiza el caso colombiano en dos componentes: crecimiento y distribución, de tal forma que se logra un completo contexto de ambos fenómenos en el país. En la tercera sección se realiza un análisis de los efectos distribucionales del capital humano, se presenta el modelo de interacción entre

crecimiento y distribución, así como las estimaciones econométricas para el caso colombiano. Por último, se presentan las conclusiones y se discuten las principales propuestas y comentarios que se derivan del trabajo.

1. Crecimiento económico y distribución

En el ámbito del crecimiento económico, el eje central del trabajo teórico ha sido el modelo neoclásico desarrollado por Solow (1956) y Swan (1956). Este modelo es esencialmente una extensión dinámica del modelo de competencia perfecta utilizado como marco de referencia para analizar el proceso de asignación de recursos en una economía estática. En algunos modelos neoclásicos, la tasa de crecimiento se determina por variables demográficas y de cambio tecnológico, las que son exógenas al modelo. En ellos, los cambios en la política fiscal, o en cualquier otra política, no alteran el crecimiento de largo plazo, aunque sí pueden tener efectos significativos en el nivel de ingreso per cápita, al variar la tasa de crecimiento durante la transición entre dos estados estacionarios.

Desde otra perspectiva, a saber, el modelo de Kaldor (1957), la relación capital-trabajo alcanza su estado de equilibrio en función de la evolución de las diferentes tasas de ahorro de los capitalistas y los trabajadores. Si la relación crecía sobre su valor de equilibrio, la relación salario-beneficios también tendía a aumentar. Kuznets (1955) realizó una observación fundamental para la discusión del bienestar: enunció una hipótesis que vincula el crecimiento y la distribución del ingreso. De acuerdo con su conjetura, en

las fases iniciales del crecimiento económico se intensifica la concentración del ingreso, pero ésta disminuye a medida que continúa la expansión. Las explicaciones usuales sugieren que, al inicio, existe la necesidad de realizar grandes inversiones en infraestructura y en bienes de capital. Al continuar el proceso de crecimiento, la generación de empleo y los aumentos en la productividad conducirían a salarios más elevados y a una mejor distribución del ingreso. Esto llevó a comprobar que durante las etapas iniciales del crecimiento se produce un aumento de la desigualdad en las primeras fases del desarrollo económico y luego éste se reduce, siguiendo una curva en forma de U invertida.

Arrow (1962) y Uzawa (1965) incorporaron el progreso tecnológico y explicaron sus vínculos con el crecimiento y la importancia de la incidencia de esta variable en los procesos productivos. Por otro lado, Cass (1965), continuando con el trabajo de Ramsey (1928), introduce la variabilidad en las tasas de ahorro a partir de un proceso de optimización de las preferencias, como lo haría un individuo, y deja de lado el concepto de exogeneidad presente en el modelo de Solow. La crítica general de estos últimos modelos se ha concentrado en explicar lo restrictivos que son los supuestos utilizados.

En los modelos de crecimiento, donde la tasa de cambio tecnológico es endógena, Romer (1986) y Lucas (1988) enfatizan cómo las políticas afectan el crecimiento de largo plazo. De esta forma, la existencia de *externalidades* permite que la acumulación de factores productivos per cápita no derive necesariamente en rendimientos decrecientes. En sus

trabajos, incorporaron un ambiente donde las tasas de crecimiento de la renta per cápita –de un agente representativo– se debe al progreso tecnológico endógeno. En ese contexto, el cambio más significativo es el tratamiento del factor capital, ya que a partir de esos modelos la acumulación de capital humano explica gran parte de la evidencia empírica.

Recientemente, las pruebas han permitido refutar la hipótesis de Kuznets. Estudios que utilizan bases de datos de países, ya sea de series de corte transversal o de series de tiempo, muestran diversos resultados. Así, por ejemplo, la base de datos compilada por Deininger y Squire (1998) contiene 682 observaciones: coeficientes de Gini, participaciones de los quintiles para 108 países, entre otras variables. Basados en estos datos, los autores concluyeron que la relación de U invertida entre niveles de ingreso y niveles de desigualdad, se rechaza en un 90% de los casos. Los autores también avanzaron en el análisis de episodios de crecimiento que cubren, al menos, una década y concluyen que hay poca evidencia sistemática entre crecimiento y cambios en la desigualdad agregada.

1.1 Equidad, desigualdad y pobreza

La distribución del ingreso –que es un problema particular de la teoría del valor de los precios– está asociada con la remuneración de los factores productivos. Postula que la asignación recibida por aquellos quienes contribuyen a la formación del producto social a través de trabajo, tierra o capital está determinada por la magnitud de su aporte y las condiciones de oferta y demanda de cada factor.

En cuanto al análisis de la distribución del ingreso, se han identificado varias formas de mostrar la aproximación teórica. En términos muy generales, aquí se relacionan fundamentalmente tres corrientes diferentes, así:

- La primera busca una interacción libre de los agentes, opción bastante liberal que propugna por la defensa del derecho fundamental a la libertad.
- La segunda, bajo el supuesto de la creación de mecanismos que propendan por modificar la situación original del ingreso, busca redefinir y seleccionar los aspectos en los que se pretende aminorar la desigualdad, como prever que no se puede cambiar el orden de los agentes en cuanto a su dotación. Parte de que las desigualdades iniciales pueden obstaculizar el poco crecimiento que es posible con los recursos disponibles. Autores como Perotti (1992); Birdsall, Sabot y Pinckey (1996); Sen y Foster (1997), y Sen (1998 y 2004), defienden una situación inicial más equitativa para obtener mejores resultados futuros.
- La tercera, de acuerdo con Arrow (1962), plantea una posición intermedia según la cual existe un *trade-off* que vincula el crecimiento con la igualdad. La eficiencia supone considerar que no siempre se puede llegar a una solución equitativa. No hay una causalidad en un solo sentido, son procesos que se retroalimentan y, en ese sentido, no son, del todo, contradictorios.

En criterio de Knack y Keefer (1997), la pobreza puede erosionar el capital social, el cual se correlaciona positivamente con mayor

acumulación de capital y crecimiento. Los conflictos sociales también pueden exacerbar el impacto negativo de los choques macroeconómicos adversos sobre el crecimiento, cuando existen débiles instituciones para aminorarlos. Igualmente, hay indicios de los efectos de la violencia (entre ellos la doméstica) y el crimen sobre el crecimiento. Éstos se hacen más evidentes en las poblaciones pobres y marginadas, en países en vía de desarrollo, y a esto se suman los factores culturales, sociológicos y el nivel de educación, que desempeñan también un papel importante (Cotte, 2006a; Kelly, 2000; Londoño y Guerrero, 1999; Buvinic, Morrison y Shifter, 1999). Aunque hay suficientes razones no económicas para combatir este tipo de *externalidades* negativas, su prevención y control pueden generar efectos positivos indirectos en el crecimiento, al prevenir la inestabilidad política y social —que afecta negativamente la inversión— y al evitar sus altos costos económicos (Bourguignon, 1999).

1.2 Acumulación de capital humano

A continuación se exploran las implicaciones de la siguiente idea: los conocimientos y habilidades de la población trabajadora inciden positivamente en su productividad y en su capacidad para desarrollar y adoptar nuevas tecnologías. Esta idea se formaliza generalmente de dos formas no excluyentes:

La primera consiste en introducir el *stock* de capital humano (H) como un argumento adicional en una función que relaciona el producto agregado con las dotaciones de factores productivos, generalmente, el nivel de empleo y el *stock* de capital físico

con un indicador de eficiencia técnica o productividad total de los factores.

La segunda incluye (H) en el modelo como uno de los determinantes de la tasa de progreso técnico. Esto requiere la especificación de una función de progreso técnico que puede incluir variables adicionales como la inversión en investigación y desarrollo (I+D), las brechas existentes entre cada país y la frontera tecnológica mundial.

Otro supuesto habitual en la literatura sobre el tema es que el efecto de tasa del capital humano (la contribución al progreso técnico) incluye un componente de *externalidad* importante, porque resulta difícil apropiarse privadamente de todo el valor económico de las ideas. Azariadis y Drazen (1990) destacan que las nuevas generaciones se benefician de los conocimientos adquiridos por sus mayores, lo que produce una *externalidad* intergeneracional potencialmente importante que operaría tanto en el hogar como en la escuela.

La pobreza y la desigualdad pueden afectar la acumulación de capital humano: para las familias pobres, la inversión en educación puede ser poco atractiva, sobre todo, por el costo de oportunidad de los niños y jóvenes que pueden trabajar en el hogar o recibir remuneraciones en el mercado de trabajo. El crecimiento del producto se puede asociar con el de su capital humano. En el trabajo de Benhabib y Boyan (1991) se parte de un modelo en el cual la acumulación de capital físico es determinada por el propio crecimiento de la economía. La contribución del trabajo no calificado tiende a ser menor cuanto mayor es la del trabajo calificado; sin em-

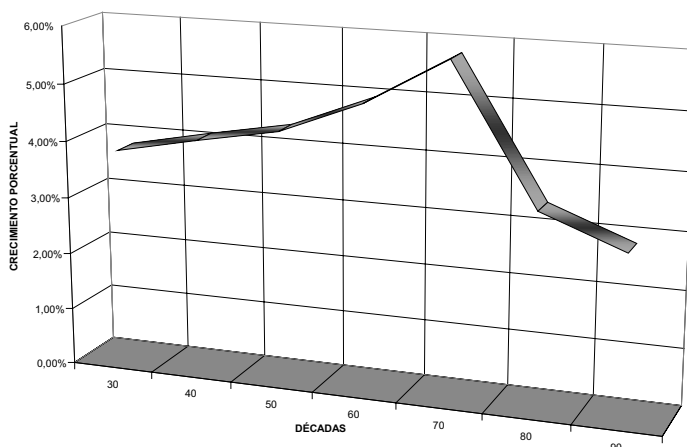
bargo, algunos teóricos cuestionan la validez empírica de la teoría de capital humano basada en la idea según la cual variaciones en las tasas de crecimiento económico no corresponden con las variaciones en dotación de capital humano. En este sentido, se considera que el modelo neoclásico, incluso ampliado con capital humano, no es un buen modelo para entender los hechos estilizados del desarrollo económico. Klenow y Rodríguez-Clare (1997) demostraron que el resultado de Mankiw Romer y Weil (1992), quienes sólo consideraron el nivel secundario de educación, cambia diametralmente al tomar en cuenta mayores niveles de escolaridad. Igualmente, muestran que la variación en la tasa de crecimiento del producto por trabajador en una muestra 98 países está explicada por los cambios en la productividad total de los factores (PTF), y no por las variaciones en la acumulación de factores.

2. Algunos hechos estilizados del crecimiento económico colombiano

2.1 Crecimiento económico

Desde mediados del siglo XX, la economía colombiana presenta un crecimiento relativamente homogéneo, es decir, sin mayores alteraciones en su estrategia de crecimiento. De acuerdo con Ocampo, Sánchez y Hernández (2004), entre 1977 y 2000 la economía colombiana creció a una tasa promedio anual de 2,3%, inferior al promedio de más de 5% entre 1950 y 1975. Durante la década de los noventa, uno de los dinamizadores del crecimiento económico en Colombia fue el proceso de urbanización, inducido por el relativo crecimiento de la actividad industrial y por factores como la movilización de los factores primarios de la producción y por la inversión para el sector (Gráfico 1).

Gráfico 1
Crecimiento promedio del PIB real en Colombia



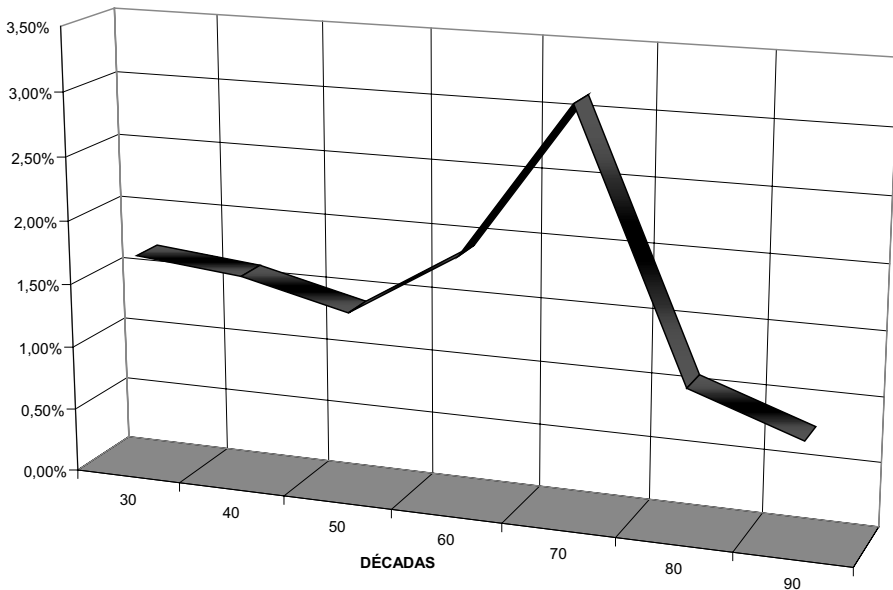
Fuente: construcción de los autores, con base en los datos del Banco de la República.

Algunos trabajos han mostrado que el crecimiento del producto está asociado con el de su capital humano, medido éste de una manera muy general con las personas matriculadas en educación secundaria y universitaria. Esta asociación la estudia el trabajo de Benhabib y Boyan (1991), quienes parten de un modelo en el que la acumulación de capital físico es determinada por el propio crecimiento de la economía; en adición, muestran que la contribución del trabajo no calificado tiende a ser menor cuanto mayor sea la del trabajo calificado. Según los resultados econométricos de la investigación, la sola acumulación de capital humano podría explicar la tercera parte del crecimiento del producto global. Escandón (1993), igualmente, encontró una asociación directa entre nive-

les educativos adquiridos de manera formal o informal y capacidad exportadora en una muestra de 125 empresas, y logró detectar en algunos sectores de la muestra obstáculos a la exportación derivados de la falta de capacitación; más aún, halló una relación positiva entre el nivel de educación formal de los empresarios y la proporción exportadora de sus ventas totales.

Cárdenas (2001) encontró que la violencia en Colombia produjo el rompimiento de factores institucionales (asentamiento institucional, estabilidad jurídica, entre otros), durante los años noventa, lo cual resultó en una caída estructural de la productividad y el crecimiento real y del producto interno bruto (PIB) per cápita (Gráfico 2).

Gráfico 2
Crecimiento promedio del PIB per cápita en Colombia



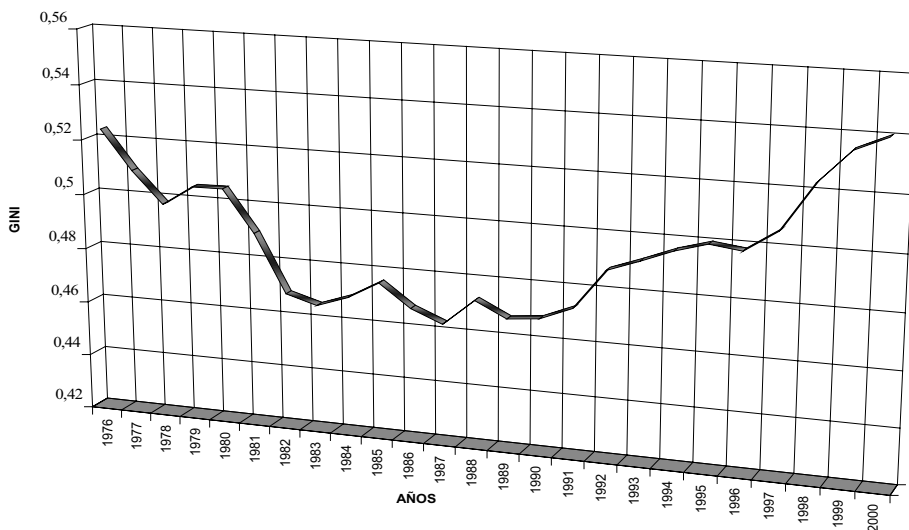
Fuente: construcción de los autores, con base en los datos del Banco de la República.

2.2 Distribución del ingreso

El ritmo de crecimiento económico colombiano no ha tenido los efectos esperados de reducir los índices de pobreza de una manera significativa. Los datos recientes muestran para Colombia una situación de inequidad en la distribución del ingreso. Una panorámica general de esta situación en Colombia la brinda Londoño (1990), quien muestra en su trabajo que durante los años veinte Colombia inició una rápida transformación estructural, con el fin de alcanzar los patrones normales de desarrollo en términos de las estructuras de producción, la

acumulación de capital y las estructuras de los mercados; sin embargo, la presencia de fallas de coordinación en las transformaciones influyó en la evolución de los retornos del capital humano. En las siguientes décadas y con pequeñas variaciones en la dinámica del crecimiento en los retornos de la educación se permitieron avances relativos en la acumulación de capital humano. En años recientes, los cambios estructurales surgidos por la implementación de algunas reformas iniciaron el desarrollo de un modelo intensivo en capital humano con efectos sobre la educación y sobre la distribución del ingreso (Gráfico 3).

Gráfico 3
Coeficiente de Gini para Colombia, 1976-2000



Fuente: construcción de los autores, con base en datos del Departamento Nacional de Planeación.

Según Ocampo et al. (2004), entre 1978 y 1995, los cambios en la distribución del ingreso personal ocurren en el contexto de fuertes diferencias sociodemográficas entre hogares rurales y urbanos. Entre 1978 y

1991, las mayores oportunidades de empleo favorecieron tanto a los hogares rurales como a los urbanos, y la mejor distribución de la educación favoreció a los hogares urbanos más pobres. Entre tanto, en el caso rural, las

mejoras educativas tuvieron un efecto más uniforme sobre todos los segmentos de ingreso. Según Ocampo et al. (2004), las tasas anuales de crecimiento del ingreso per cápita rural y urbano entre 1978 y 1991 fueron del orden de 1,16% y 0,34%, mientras que durante el período 1991-1995 fueron de -5,7% y 7,25%, respectivamente. En concepto de Ocampo et al. (2004), en el país, la distribución del ingreso se deterioró entre 1991 y 1997 en poco menos de dos puntos porcentuales del coeficiente de Gini, como producto de un movimiento adverso de más de cuatro puntos en las zonas urbanas, que superó el efecto de la mejoría de cerca de cuatro puntos en las zonas rurales.

Las variaciones en las tendencias de la distribución del ingreso se expresa también como el resultado de cambios notorios de los retornos a la educación. De acuerdo con lo evidenciado por Sánchez y Núñez (1998), los cambios en los salarios relativos no se deben a modificaciones en la oferta relativa, sino a la demanda laboral, lo cual está relacionado con los cambios tecnológicos, la estructura de producción sectorial, la productividad relativa de los factores, el proceso de apertura económica y de ajuste de la economía y el cambio en los precios de los factores no laborales, en especial el precio relativo del capital. Esto en su conjunto tiene efectos distribucionales.

3. Efectos distribucionales del capital humano

3.1 Un modelo de interacción

La versión aquí presentada para propósitos de la estimación exhibe unas pequeñas variaciones con respecto al modelo original: con-

serva estrechamente los supuestos y la estructura general del modelo. En términos generales, el modelo, que examina los mecanismos económicos de expansión de la educación, está basado en Ljungqvist (1993), Owen (1998) y Gaviria y Posada (1995). Se considera una sociedad compuesta por n agentes y que delimita el proceso de crecimiento y distribución a través de diferentes relaciones entre las sucesivas generaciones que se enmarcan dentro de un problema de optimización. Se supone una economía abierta y pequeña, sujeta a una función de producción con rendimientos constantes a escala que utiliza tanto capital físico como humano. El producto (Y) del período t puede representarse por una función Cobb-Douglas de dos factores: *stock* de capital (K) y capital humano (H), dados un parámetro de escala (A) y las elasticidades del producto a cada uno de los factores (α y $1-\alpha$). La función de producción está determinada por la siguiente forma funcional:

$$Y_t = AK_t^\alpha H_t^{1-\alpha}; 0 < \alpha < 1 \quad (1)$$

El acervo de capital humano del período t se define bajo una función Cobb-Douglas de dos factores: la oferta laboral no calificada ($H_{n,t}$) y la calificada ($H_{e,t}$). F es un parámetro de escala; $C_{n,t}$ y $C_{e,t}$ son los parámetros de eficiencia, ambos crecen a través del tiempo; β y $1-\beta$ son las elasticidades del capital humano de acuerdo con sus dos componentes (Gaviria y Posada, 1995). De lo anterior, podemos expresar la acumulación del capital humano como sigue:

$$H_t = F(C_{n,t}H_{n,t})^\beta (C_{e,t}H_{e,t})^{1-\beta}; \beta > 0 \quad (2)$$

Dada la condición de rendimientos constantes a escala, el producto por unidad de capital humano se puede expresar de la siguiente forma:

$$y_t = \frac{Y_t}{H_t} = f(k_t); k_t = \frac{K_t}{H_t} \tag{3}$$

En adición, se supone que el *stock* de capital es completamente móvil internacionalmente, lo que implicaría que la tasa de retorno (r) debe igualarse a la tasa de interés \bar{r} . En consecuencia, la relación capital físico y humano de la economía en estado estacionario debe también ser igual a la que predomina internacionalmente:

$$r_t = f'(k_t) = \bar{r}; k_t = f^{-1}(\bar{r}) = \bar{k} \tag{4}$$

Del lado del capital humano, éste se supone estático internacionalmente. El pago factorial por unidad de capital humano está dado por la siguiente expresión:

$$W = f(\bar{k}) - \bar{r} \bullet \bar{k} \tag{5}$$

De la ecuación (5) se intuye que W es constante en el tiempo. No obstante, la remuneración por trabajador –bien sea educado o no– puede aumentar con el crecimiento del acervo total de capital humano (H). La remuneración total al capital humano se divide entre los no educados y los que lo son, según la contribución de cada uno y de acuerdo con las siguientes relaciones:

$$W = \frac{\delta H}{\delta H_n} = w\beta H \text{ y } W \bullet \frac{\delta H}{\delta H_e} = W(1-\beta)H \tag{6}$$

Los salarios individuales de educados y no educados corresponden a:

$$w_n^t = \beta W \left(\frac{H_{e,t}}{H_{n,t}} \right)^{1-\beta} \text{ y } w_e^t = (1-\beta)W \left(\frac{H_{e,t}}{H_{n,t}} \right)^{-\beta} \tag{7}$$

Igualmente, el modelo supone que una cohorte de M_t individuos nace en el período t . Los individuos son idénticos en todos los

aspectos excepto en uno: el monto de la herencia que reciben de sus padres. Se supone, en correspondencia, que cada individuo vive dos períodos. En el primero recibe la herencia, que puede ser invertida o utilizada para educación. El costo de la educación es e . Por simplicidad, se considera que la utilidad de consumir en el primer período es nula y que, por tanto, el consumo en este tiempo es cero. En el segundo período, los individuos trabajan, consumen y reparten la herencia entre sus hijos. Cada individuo nacido en t decide cuánto consumir en $t+1$ (c_{t+1}) y cuánta herencia dejar a cada uno de sus m hijos (x_{t+1}), de forma tal que maximice la siguiente función de utilidad:

$$U(c, x) = \ln(c_{t+1}) + m \ln(x_{t+1}) \tag{8}$$

Sujeta a la restricción de presupuesto:

$$c_{t+1} + m \bullet x_{t+1} = B_{t+1} \tag{9}$$

Donde B_{t+1} es la riqueza que posee cada individuo en el segundo período, lo que dependerá, por supuesto, de si el individuo se educó o no en el primer período de su vida:

$$x_{t+1} = \begin{cases} x_t(1+\bar{r}) + w_{n,t+1} : \text{no educado} \\ (x_t - e)(1+\bar{r}) + w_{e,t+1} : \text{educado} \end{cases} \tag{10}$$

De esta maximización, se sigue que:

$$c_{t+1} = x_{t+1} = \frac{B_{t+1}}{1+m} \tag{11}$$

En la ecuación (11) se muestra que cada individuo dividirá su riqueza por partes iguales entre él y cada uno de sus hijos. Siguiendo con los supuestos, los individuos comprarán educación en el primer período de su vida si se cumplen dos condiciones: (i) que el beneficio de la educación –la diferencia de sala-

rios entre educados y no educados— sea superior a su costo capitalizado y (ii) que, debido a la presencia de restricciones de liquidez, la herencia recibida sea superior al costo de la educación (e). En resumen, un individuo adquirirá educación de acuerdo con:

$$x_t > e \text{ y } w_{e,t+1} - w_{n,t+1} > (1 + \bar{r})e \tag{12}$$

El modelo supone que ningún individuo puede endeudarse en el primer período de su vida para invertir en educación. Ciertas imperfecciones del mercado de capital impiden que quienes reciben herencias inferiores al costo de la educación puedan educarse, así ello resulte rentable. La distribución de las transferencias de padres a hijos está representada por la función $G_t(x)$, de tal suerte que para cada cohorte se cumple:

$$\int_0^\infty dG_t(x) = M_t \tag{13}$$

Se supone, además, que ésta es continua y que la distribución inicial garantiza que algunos individuos puedan invertir en educación, pero que no todos puedan hacerlo. Cuando la restricción de liquidez es efectiva, sólo se educarán aquellos individuos que hayan recibido una herencia mayor al costo de la educación. En tal caso, la variación en el número de educandos dependerá exclusivamente de la distribución de las transferencias:

$$\Delta H_n = \int_0^\epsilon dG_t(x) - \int_0^\epsilon dG_{t-1}(x) \tag{14}$$

$$\Delta H_e = \int_\epsilon^\infty dG_t(x) - \int_\epsilon^\infty dG_{t-1}(x), \text{ si } m=1, \Delta H_n + \Delta H_e = 0 \tag{15}$$

La relación entre el número de personas educadas y quienes no lo son ($h = H_e/H_n$) es un indicador de la distribución de la educa-

ción en la economía. Si la distribución inicial de la riqueza —y, por lo tanto, de las transferencias— garantiza que en el primer período se alcanza cierto nivel de h —por definirse—, las transferencias crecerán de generación en generación y algunos hijos de padres no educados podrán educarse. La economía se encauzará entonces por una senda de crecimiento que la llevará, en primera instancia, a una distribución de la educación de estado estacionario y, luego, a una igualación del ingreso de sus individuos.

La distribución de la educación de estado estacionario \bar{h} se alcanza cuando su beneficio es igual a su costo. Esta relación está determinada de la siguiente forma:

$$w_n = w_e - e(1 + \bar{r}) \tag{16}$$

Reemplazando se obtiene:

$$(1 - \beta)\bar{h}^{-\beta} - \beta\bar{h}^{1-\beta} = \frac{e(1 - \bar{r})}{W} \tag{17}$$

Donde está implícita la relación de educados a no educados, correspondiente al estado estacionario (\bar{h}). Allí se observa que sólo para valores de β iguales a cero o a uno se iguala la distribución de la educación. Así, puede afirmarse que cuando existe alguna complementariedad entre los diversos tipos de capital humano, la distribución de la educación de estado estacionario no será igualitaria. La evolución de la distribución de la riqueza dependerá, por supuesto, de lo que suceda con las transferencias de padres a hijos. La dinámica de éstas obedece a la siguiente relación:

$$x_{t+1} = \begin{cases} 1/m + 1 [x_t(1 + \bar{r}) + \beta W h_{n,t+1}^{1-\beta}]: \\ \text{padre no educado} \\ 1/m + 1 [x_t - e)(1 + \bar{r}) + (1 - \beta)W h_{n,t+1}^{1-\beta}]: \\ \text{padre educado} \end{cases} \tag{18}$$

Si $r > m$, las transferencias crecerán sin límite y el sistema descrito no tendrá un estado estacionario. Si, en caso extremo, las transferencias de los padres educados a sus hijos no superan el costo de la educación, el capital humano se irá agotando progresivamente hasta acabarse, lo que implica, dada la complementariedad entre éste y los otros factores de producción, que la economía terminará con una producción nula. Las condiciones que conducen la economía hacia un estado estacionario pueden describirse entonces así:

$$r < m \text{ y } x_i < \frac{\beta W}{m-r} h_{t+1}^{1-\beta} \quad \forall x_i < e \quad (19)$$

La primera condición garantiza que las transferencias no crezcan sin límite; la segunda, que las transferencias de los padres no educados a sus hijos crezcan permanentemente. Ésta debe cumplirse para todos los períodos. De esta forma, la distribución inicial de la riqueza deberá permitir que un número suficiente de individuos reciba una transferencia mayor o igual a e de forma tal que se alcance el mínimo nivel para h . Este mínimo se define, en consecuencia, de la siguiente manera:

$$h^* = \left[\frac{e(m-r)}{\beta W} \right]^{\frac{1}{1-\beta}} \quad (20)$$

La interpretación para la ecuación (20) se puede explicar de la siguiente forma: si la distribución inicial de las transferencias no permite que se alcance h^* , la economía caerá en una trampa de pobreza, en la cual los hijos de padres no educados se hacen cada vez más pobres, y los hijos de padres educados, cada vez más ricos. Así, nunca se alcanzará la distribución de la educación de estado estacionario (\bar{h}) y la producción se estancará en un nivel por debajo del óptimo. Si, por el contra-

rio, se alcanza h^* , las transferencias de los padres no educados a sus hijos serán crecientes y algunos de éstos podrán entonces educarse; aumentarán, por lo tanto, el número de educados y el salario real de los no educados, lo que reforzará el proceso y permitirá que la economía converja hacia (\bar{h}). Una vez la economía alcanza (\bar{h}), el diferencial de salarios entre educados y no educados se hace igual al costo capitalizado de la educación y comienza un proceso de redistribución del ingreso hasta alcanzar la situación igualitaria.

3.2 Extensión del modelo y principales resultados

Para realizar las diferentes estimaciones para el caso colombiano, se considera la siguiente función de producción agregada:

$$Y_t = F(K_t, L_t, H_e, H_n) \quad (21)$$

Donde: Y es el producto; K , el *stock* de capital físico; L , el nivel de empleo; H_e , la oferta laboral calificada, y H_n , la no calificada. Asumiendo una función de producción Cobb-Douglas y utilizando la anterior forma funcional y para la estimación econométrica, la ecuación (21) se puede expresar en logaritmos de la forma de una ecuación loglineal de largo plazo, teniendo en cuenta las tasas de crecimiento para las variables. A partir de la ecuación (1) y teniendo en cuenta la forma funcional expresada en (21), al aplicar la transformación, se obtiene la siguiente expresión para propósitos de la estimación:

$$\ln Y_t = \ln \xi + \alpha \ln K_t + \beta \ln L_t + \delta \ln H_{e,t} - \psi \ln H_{n,t} \quad (22)$$

La fuente de los datos para realizar las estimaciones se obtuvieron para el caso del PIB

del Banco de la República y para el *stock* de capital y el empleo, del Departamento Nacional de Planeación. Por otra parte, el nivel de calificación del empleo se estableció de acuerdo con la clasificación internacional de las ocupaciones: los trabajadores calificados están representados por los profesionales, los directivos y el personal técnico; mientras que el resto se consideraron trabajadores no calificados. Las cifras de empleo y su calificación provienen de la Encuesta Nacional de Hogares (ENH), del Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE), según los cálculos y estimaciones realizados por Isaza y Meza (2005).

Siguiendo el trabajo de Isaza y Meza (2005), la metodología que se aplicó para las estimaciones de largo plazo se puede resumir en las siguientes etapas:

- Se desestacionalizaron todas las series mediante el filtro X-11 Arima.
- Se aplicaron las pruebas de raíz unitaria de Dickey-Fuller Aumentada (ADF), Phillips-Perron (PP) y Kwiatkowski, Phillips, Schmidt y Shin (KPSS), tanto en niveles como en primeras diferencias. Se debe mencionar que todas las

series resultaron estacionarias en primeras diferencias, de acuerdo con las tres pruebas mencionadas.

- Una vez se comprobó que todas las series tenían el mismo orden de integración, $I(1)$, se procedió a aplicar la prueba traza para identificar la existencia de vectores de cointegración dentro del conjunto de variables. Los valores de traza se modificaron con el factor de ajuste sugerido por Cheung y Lai (1993) para muestras pequeñas.
- Se efectuó la selección del modelo siguiendo el *criterio de Pantula* (Johansen, 1992), el cual indica que se debe elegir el modelo menos restringido, dentro de los diferentes rezagos, y con el mayor número de vectores de cointegración. Para la elección del modelo también se tuvo en cuenta que el valor de los coeficientes debía ser plausible en términos económicos.
- Finalmente, se aplicó la prueba de Jarque-Bera para verificar la normalidad en el vector de cointegración y así corroborar el ruido blanco de dicho vector.

Los resultados de la estimación son:

$$\begin{array}{rcccccc}
 Y_t = & 0,015611 + & 0,317676 K + & 0,318699 L + & 0,002433 H_e & - 0,005589 H_n \\
 & (0,006971) & (0,162925 & (0,085742) & (0,005677) & (0,007654) \\
 t = & (2,239367) & (1,949832) & (3,716953) & (0,428548) & (-0,730182) \\
 & & R^2 = 0,38 & F = 6,598 & DW = 1,36 &
 \end{array}$$

Como puede observarse, tanto la cantidad y calidad del capital humano influyen en el producto agregado de la economía. La elasticidad

de la tasa de variación de capital humano, representado por la oferta de trabajo calificada, resulta con el signo esperado. Al respec-

to, vale observar que el coeficiente del trabajo calificado no es estadísticamente significativo, aunque el correspondiente al trabajo no calificado sí es altamente significativo. En lo que hace referencia a la teoría, los resultados por nivel de calificación muestran consistencia en el sentido que el trabajo calificado, por ser menos sustituible, debe ser comparativamente más inelástico respecto a las variaciones del producto del trabajo no calificado. Con base en las funciones de producción al estilo de Owen (1998), Ljungqvist (1993) y Gaviria y Posada (1995), una forma funcional de la producción agregada que utiliza tanto el capital físico como el humano vendría dada por:

$$Y_t = K^\alpha L^\beta KH^\theta \quad (23)$$

Donde, Y es el producto; K, el *stock* de capital; L, trabajo, y KH, el capital huma-

Los resultados de la estimación muestran:

$Y_t =$	0,014281 +	0,148587 K +	0,185624 L +	0,471032 KH +	0,002612 H _e	-0,002087 H _n
	(0,006236)	(0,153488)	(0,085703)	(0,136348)	(0,005069)	(0,006909)
$t =$	(2,289898)	(0,968065)	(2,165891)	(3,454626)	(0,515199)	(-0,302045)

$$R^2 = 0,51 \quad F = 9,007 \quad DW = 1,63$$

El coeficiente de correlación (R^2) indica que las variables capital físico (K), nivel de empleo (L), mano de obra calificada (H_e) y mano de obra no calificada (H_n) explican en un 51% el comportamiento de la producción. Como puede observarse, la mayoría de las variables son significativas, y proceden de los resultados de las estimaciones, también podemos extraer la poca uniformidad del aporte del capital humano al producto. Para los dos casos, la mano de obra no calificada afecta negativamente el crecimiento. Sobre esto es de advertir que el coeficiente del trabajo calificado en las estimaciones no resulta ser estadís-

no. El acervo de capital humano, como antes, está determinado por la combinación de dos tipos de factores productivos: la oferta laboral calificada que corresponde al número de educados en el instante t ($H_{e,t}$) y el número de personas sin educación en el tiempo t ($H_{n,t}$). De esta forma, el acervo de capital humano corresponde en cada instante del tiempo a la siguiente expresión:

$$KH_t = H_n^\beta, H_{e,t}^{1-\beta} \quad (24)$$

Asumiendo la función de producción Cobb-Douglas de la ecuación (23) y utilizando la especificación definida en (24), se obtiene:

$$\ln Y_t = \ln \xi + \alpha \ln K_t + \beta \ln L_t + \theta \ln KH_t + \delta \ln H_{e,t} - \psi \ln H_{n,t} \quad (25)$$

ticamente significativo, pero se muestran con la intención de observar sus posibles efectos de largo plazo y la respectiva tendencia. De igual forma, y sin ser concluyentes a este respecto, se puede decir que a medida que se incrementa el nivel educativo, este efecto negativo va disminuyendo, en razón de la mayor participación de la mano de obra calificada.

Esto demuestra que la mano de obra no calificada es complementaria de la mano de obra calificada. Aunque la respuesta del producto ante el incremento en una unidad de mano de obra calificada estimada es más

que proporcional, y crece a medida que aumenta el nivel educativo, la experiencia colombiana demuestra que las inversiones en capital físico aportan más que las de capital humano (Cotte, 2006b).

En adición, se distinguen dos efectos importantes del capital humano sobre el crecimiento económico. El primero, en el interior del mismo capital humano, se refiere a la mayor productividad o eficiencia que la sociedad adquiere con mayores niveles de educación o entrenamiento en sus actividades, que se refleja en mayor productividad. El segundo es el beneficio generado por mayores niveles de escolaridad de la sociedad o por innovaciones tecnológicas que se difunden libremente, es decir, es un efecto social no individual, que indica que aquellas economías con mayores niveles o mayores promedios de capital humano capacitado son más productivas que las demás. En otras palabras, este efecto también se refleja en mayor productividad de la sociedad y mayores tasas de crecimiento económico.

Si suponemos que un grupo de trabajadores incrementa su educación, uno de los principales efectos será un aumento en la población económicamente activa (PEA) educada. De este modo, el incremento en la educación de un grupo de la población se traduciría en mayores niveles de producción para todos los grupos, pero la mayor productividad sólo se observaría para el grupo más calificado. Esto explica por qué el crecimiento de los indicadores de educación puede ser superior al de niveles de productividad o, en otros términos, mientras la educación de la población se incrementa, la productividad que éstos generan aumenta en una menor proporción. De

esto se deduce que la baja escolaridad no permite incrementar las habilidades o la productividad de los trabajadores.

El bajo *stock* de capital humano en muchos países en desarrollo crea un círculo vicioso, en el sentido de que las tasas de retorno del capital físico y humano son bajas, porque el *stock* de capital humano es limitado, de tal manera que los países caen en la trampa de la pobreza. Este argumento provee la explicación natural para la escasez de flujos de capital hacia los países pobres (Lucas, 1988). El capital físico, como lo hace el trabajo calificado, fluye donde el capital humano ya es abundante. Esto genera mayor concentración en la distribución del ingreso.

Conclusiones y comentarios finales

La evolución de los indicadores de la distribución del ingreso en Colombia, analizado en este trabajo, corrobora lo realizado por otros estudios. Así, por ejemplo, desde los primeros estudios sobre la distribución del ingreso efectuados en los años cincuenta y setenta se reveló que Colombia tenía una de las distribuciones más desiguales, principalmente en el sector rural; por lo tanto, mostraron que las disparidades entre las rentas urbanas y rurales eran sorprendentes y, más aún, que tales características se estaban acentuando. La tendencia al deterioro en la distribución del ingreso que se había iniciado a mediados de los años sesenta, como se demostró, hoy en día se mantienen.

En síntesis, se tiene que tanto desde lo teórico como desde lo empírico, la evidencia presentada apunta a que en Colombia se configuran una serie de interrelaciones donde

los procesos productivos requieren proporciones crecientes de capital humano y tecnológico. En este sentido, el capital humano es otra perspectiva del avance tecnológico y se basa fundamentalmente en la escolaridad, que depende de las instituciones y en la capacitación, entendida como el entrenamiento y el aprendizaje. Las inversiones en capital humano y físico tienden a ser complementarios y la dificultad más importante en esta complementación es la de lograr que el capital humano crezca al mismo ritmo que la estructura de capital físico.

A pesar de las simplificaciones, el modelo arroja resultados compatibles con la realidad de la economía colombiana y es útil para ayudar a describir e interpretar los procesos y mecanismos básicos de la distribución. En particular, se encontró que los factores productivos como el empleo, el capital y el capital humano son factores que tienen incidencia en el crecimiento económico y en la productividad. Estas variables afectan de manera positiva las tasas de crecimiento del país, mientras que la mano de obra calificada y la mano de obra no calificada, especialmente esta última, afectan de manera adversa el crecimiento y la productividad de los factores.

El eje central de toda política de desarrollo integral es la educación, elemento fundamental para asegurar el futuro económico y la movilidad social de los sectores más desprotegidos de la sociedad. El sistema político democrático se fortalece con el aumento del nivel educativo de quienes lo integran, y, desde este punto de vista, la formación de valores se da fundamentalmente en la familia y la escuela. Con base en lo anterior, la acu-

mulación de capital humano se constituye en elemento determinante de crecimiento económico, cuya necesidad se ve reforzada por el mismo avance tecnológico.

Es necesario que la cobertura de la educación aumente. Lo anterior requiere, como consecuencia, una ampliación significativa en todos los niveles. Esta ampliación debe ser paralela al mejoramiento de la calidad de la educación, la investigación y difusión de nuevas tecnologías, que contemplen la expansión para las zonas rurales, la promoción de habilidades y aptitudes que son útiles para el desarrollo del aprendizaje en la práctica (*learning by doing*).

Igualmente, se hace necesario adelantar programas que se focalicen en reducir los índices de pobreza y de exclusión social, centrados principalmente en la educación para aquella población sin recursos, así como de programas dirigidos a incentivar la retención dentro del sistema educativo. Una buena distribución de los recursos debe permitir una asignación óptima. Sobre este aspecto, la evidencia disponible muestra que grandes segmentos de la fuerza de trabajo que no cuentan con ese capital humano o esas calificaciones no hacen parte del mercado laboral activo. En este sentido, la única opción sostenible que permitiría una inclusión de este tipo de personas estaría representada por un acceso más igualitario y masivo a la educación con calidad.

Lista de referencias

- Arrow, K. (1962). The economics implications of learning by doing. *Review of Economic Studies*, 29 (3), 155-173.

- Azariadis, C. y Drazen, A. (1990). Threshold externalities in economic development. *Quarterly Journal of Economics*, 105 (2), 501-526.
- Banco Mundial (2002). *Pobreza y red de apoyo social en Colombia*. Recuperado el 20 de junio de 2005, de <http://lnweb18.worldbank.org/external/lac/lac.nsf/Countries/Colombia/76076FCA503EA55285256BA0007779B2?OpenDocument>
- Benhabib, J. y Boyan, O. (1991). Externalities and growth accounting. *American Economic Review*, 81 (1), 82-113.
- Birdsall, N., Sabot, R. y Pinckey, T. (1996). *Why low inequality spurs growth: Savings and investment by the poor (working paper 327)*. Inter-American Development Bank Office of the Chief Economist.
- Bourguignon, F. (1999, abril). *Crime, violence and inequitable development*. Documento presentado en el Annual World Bank Conference on Development Economics. Washington, D.C., Estados Unidos.
- Buvinic, M., Morrison, A. y Shifter, M. (1999). La violencia en las Américas: marco de acción. En: *El costo del silencio-violencia doméstica en las Américas*. Washington: Banco Interamericano de Desarrollo.
- Cárdenas, M. (2001). *Economic growth in Colombia: A reversal of "fortune"?* (working paper 83). Center for International Development at Harvard University.
- Cotte, A. (2006a). Crecimiento, desigualdad y pobreza: un análisis de la violencia en Colombia. *Revista de Investigación*, 6 (2), 50-76.
- Cotte, A. (2006b). Crecimiento económico, violencia, economía política y desempleo en Colombia: ¿cuál es la causalidad? En: J. Isaza y F. Ramírez I. (Eds.), *Empleo, reformas estructurales y desarrollo* (pp. 60-102). Bogotá: Facultad de Economía-Universidad de La Salle.
- Cass, D. (1965). Optimum growth in an aggregative model of capital accumulation. *Review of Economic Studies*, 32 (3), 233-240.
- Cheung, Y. y Lai, K. (1993). Finite-sample sizes of Johansen's likelihood ratio tests for cointegration. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 55 (3), 313-328.
- Deininger, K. y Squire, L. (1998). New ways of looking at old issues: Inequality and growth. *Journal of Development Economics*, 57 (2), 259-287.
- Escandón, J. F. (1993, diciembre). Educación y su relación con el desarrollo empresarial. *Planeación y Desarrollo*, XXIV, 225-236.
- Gaviria, A. y Posada, C. (1995). El crecimiento económico y la distribución del ingreso: el caso colombiano posterior a 1950. En: M. Aparicio y W. Easterly I. (Eds.), *Crecimiento económico, teoría, instituciones y experiencia internacional* (pp. 436-476). Bogotá: Banco Mundial y Banco de la República.
- Johansen, S. (1992). Determination of Cointegration Rank in the Presence of a Linear Trend. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 54 (3), 383-397.
- Isaza, J y Meza, C. (2005). Cambios estructurales de la demanda de trabajo en Colombia: un análisis econométrico entre 1984 y 2002. *Revista de Investigación*, 4, 99-116.

- Kaldor, N. (1957). A model of economic growth. *Economic Journal*, 67, 591-624.
- Kelly, M. (2000). Inequality and crime. *The Review of Economics and Statistics*, 82 (4), 530-539.
- Klenow, P. y Rodríguez-Clare A. (1997). The neo-classical revival in growth economics: Has it gone too far? *NBER Macroeconomics Annual*, 73-103.
- Knack, S. y Keefer, S. (1997). Does social capital have an economic payoff? A cross-country investigation. *Quarterly Journal of Economics*, 112 (4), 1251-1288.
- Kuznets, S. (1955). Economic growth and income inequality. *American Economics Review*, 45 (1), 1-28.
- Ljungqvist, L. (1993). Economic underdevelopment: The case of a missing market for human capital, *Journal of Development Economics*, 40 (2), 219-239.
- Londoño, J. (1990). *Income distribution during the structural transformation: Colombia 1938-1988*. Tesis de Ph. D. no publicada, Harvard University, Cambridge, Estados Unidos.
- y Guerrero, R. (1999). *Violencia en América Latina: epidemiología y costos* (documento de trabajo R-375). Washington: Banco Interamericano de Desarrollo (BID).
- Lucas, R. (1988). On the mechanics of economic development. *Journal of Monetary Economics*, 22, 3-42.
- Mankiw, G., Romer, D. y Weil, D. (1992). A Contribution to the empirics of economic growth. *Quarterly Journal of Economics*, 107 (2), 407-437.
- Ocampo, J., Sánchez, F. y Hernández, G. (2004). Colombia: crecimiento de las exportaciones y sus efectos sobre el crecimiento, empleo y pobreza. En: E. Ganuza, S. Morley, S. Robinson y R. Vos. (Eds.), *¿Quién se beneficia del libre comercio?: promoción de exportaciones en América Latina y el Caribe en los noventa* (vol. 1, pp. 223-253). Washington: UNDP-CEPAL-ISS-IFPRI-Alfaomega.
- Owen, A. (1998). *The distribution of education and economic growth*. New York: Hamilton Collage.
- Perotti, R. (1992). Income distribution, politics, and growth. *American Economic Review*, 82 (2), 311-316.
- Ramsey, F. (1928). A mathematical theory of saving. *Economic Journal*, 38 (152), 543-559.
- Romer, P. (1986). Increasing returns and long-run growth. *Journal of Political Economy*, 94 (5), 1002-1037.
- Sánchez, F. y Núñez J. (1998). Estimaciones trimestrales de la línea de pobreza y sus relaciones con el desempeño macroeconómico colombiano 1977-1997. *Archivos de Economía*, 110, 1-34.
- Sen, A. (1998). Las teorías del desarrollo a principios del siglo XXI. *Cuadernos de Economía*, 17 (29), 73-100.
- (2004). *Inequality reexamined*. Cambridge: Oxford University Press-Harvard University Press.
- y Foster, J. (1997). *On economic inequality*. New York: Oxford University Press.
- Solow, R. (1956). A contribution to the theory of economic growth. *Quarterly Journal of Economics*, 70 (1), 65-94.

Swan, T. (1956). Economic growth and capital accumulation. *Economic Record*, 32, 334-361.

Uzawa, H. (1965). Optimum technical change in an aggregative model of economic growth. *International Economic Review*, 6 (1), 18-31.