

# **EL USO DEL DEA**

para la estimación del factor X  
en la definición de tarifas portuarias\*

---

## **THE USE OF DEA**

for the Valuation of the X Factor in the  
Definition of Portuary Tariffs

---

**Gustavo Duncan\*\***

---

recibido 14/08/08, aprobado 13/10/08

## Resumen

El factor X en los sistemas de tarifa máxima es útil para identificar las ineficiencias de los costos de servicios portuarios. Sin embargo, su determinación puede ser controversial y estar plena de riesgos por asimetrías de información. En este artículo se desarrolla un modelo para fijar el factor X dentro del esquema de tarifa máxima a partir del análisis de frontera eficiente (DEA, en inglés). Con esta herramienta se puede estimar la tasa de eficiencia de los diferentes elementos de un conjunto de unidades de decisión comparando sus niveles de insumos y productos visibles para la agencia reguladora del Estado. Para el caso de la infraestructura portuaria se pueden analizar la eficiencia de la tecnología y el uso del tiempo de los puertos de acuerdo a los costos declarados, de modo que a los puertos eficientes se les aprobarían sus costos y a las demás se les reducirían sus costos en la medida de su tasa de eficiencia.

**Palabras clave:** economía de la infraestructura, puertos, DEA, tarifas, precio límite.

## Abstract

The X factor in price cap systems is useful to identify the inefficiencies of the costs of port services. However its determination can be controversial and rife with risks due to the asymmetry of information. In this article, a model is proposed to set the X factor with the maximum tariff schema based on the Data Envelopment Analysis (DEA). With this tool it is possible to estimate the efficiency rate of the different elements of a group of decision units by comparing their supply levels and visible products for the State regulatory agency. In the case of port infrastructure it is possible to analyze the efficiency of the technology and the time investment of the ports according to declared costs, so that the efficient ports can have their costs approved, while the rest would have their costs reduced according to their efficiency rate.

**Keywords:** infrastructure economy, ports, DEA, tariffs, price caps.

## Introducción

En general, la función de coste generalizado del uso de la infraestructura portuaria se ha definido como:

$$\text{Coste Generalizado} = \text{Tarifas Portuarias} + (\text{Tiempo} \times \text{Valor del tiempo}) \quad (1)$$

donde el valor del tiempo no es sólo el costo de oportunidad de los agentes privados (los buques, los concesionarios

del puerto y los operadores), sino que también contempla otros factores que afectan a la sociedad en su conjunto, como son la congestión de los puertos, el aumento de los costos del comercio exterior, etc. Dado que para los agentes privados y públicos existe una valoración distinta sobre los costos de la infraestructura portuaria, la teoría sobre regulación de infraestructura sostiene que el excedente social óptimo se alcanza con una tarifación igual al costo marginal.

\* El autor desea agradecer la colaboración prestada por Andrés Alcalá, Alfredo García, Gabriel García y Alfredo Bermeo.

\*\* Profesor asistente, Departamento de Ciencia Política, Universidad de los Andes, Bogotá, Colombia. gduncan@uniandes.edu.co.

Es evidente que existe un *trade-off* entre las tarifas y el tiempo. Las tarifas más altas están relacionadas con mejores tecnologías en los puertos, lo que repercute en ahorros de tiempo en la operación de cargue y descargue de los barcos. Sin embargo, el ahorro en tiempo puede ser inferior al incremento de las tarifas, lo que no justifica nuevas inversiones en tecnología. De esta forma el monto ideal de las tarifas es un problema de optimización donde las nuevas inversiones reduzcan el tiempo a un punto en el que el coste generalizado sea el mínimo.

La intervención del Estado en la fijación de las tarifas por el uso de los servicios portuarios, a través de su agencia reguladora de infraestructura, tiene como objetivo precisamente que se igualen los costos privados con los costes sociales, de modo que se internalicen las externalidades que producen los puertos en el resto de la economía.

Una forma de regulación dirigida a optimizar los costos privados y sociales del sistema portuario es el modelo de tarifa máxima (*Price Cap*). Este esquema se fija por una tarificación intertemporal expresada por:

$$P_{t+1} \leq P_t + (I - X) \quad (2)$$

donde P son costos<sup>1</sup>, I es la inflación y X es un factor de cambio sujeto principalmente a los objetivos del ente regulador, que es el desempeño eficiente y el aumento de la productividad de los puertos para la economía en su conjunto.  $P_t$  se establecería de acuerdo al costo mayor entre el costo medio y el

costo marginal, multiplicado por una tasa de rentabilidad durante el período de concesión predeterminado por el ente regulador. La estimación del costo medio y el costo marginal se efectúa a través de información suministrada por los mismos puertos de sus gastos operativos y proyecciones financieras.

Con este esquema de tarifa máxima se busca que los puertos reduzcan sus costos de operación, debido a que la reducción de costos significa un incremento de sus beneficios durante el período de cuatro años que rige la tarifa. Sin embargo, dentro de este esquema no se contemplan cuatro aspectos que inducen a un aumento del coste generalizado (ecuación 1):

1. La reducción de costos por parte de un puerto en el lapso del período de concesión puede inducir a un mayor coste por el tiempo, si la reducción se fundamenta en una disminución de la calidad y la tecnología de los servicios del puerto.
2. Lo contrario, los puertos realizan inversiones en tecnología mayores que las necesarias, incrementando las tarifas, sin que se traduzcan en ahorros significativos por la reducción del tiempo de los servicios portuarios o por la calidad de la tecnología.
3. Aunque se fije una tarifa máxima, los barcos pueden utilizar tecnologías menos avanzadas de las disponibles en el puerto a menor costo, pero incrementando el tiempo de uso de la infraestructura.
4. Existen problemas de asimetría de información. Los puertos pueden

1 El concepto de costo en las operaciones portuarias declaradas al ente regulador equivale al precio porque en el modelo *Price Cap* el precio es igual al monto del costo por una tasa de retorno prefijada por el Estado.

declarar costos mayores que los reales, sin que la agencia reguladora del Estado pueda monitorear efectivamente la veracidad de la información. De hecho, los costos administrativos de la regulación no son despreciables.

La razón principal de los problemas anteriores se debe a que en la aplicación del esquema de tarifa máxima, el ente regulador tiene que ser capaz de identificar la eficiencia de los puertos en términos de los costos y tecnologías incurridas pese a las restricciones de información de las operaciones portuarias. Una solución potencial consiste en fijar las reducciones por ineficiencia, es decir el factor X, a partir del análisis de frontera eficiente (DEA<sup>2</sup>, en inglés). Con esta herramienta se puede estimar la tasa de eficiencia de los diferentes elementos de un conjunto de unidades de decisión comparando sus niveles de insumos y productos visibles para la agencia reguladora del Estado. Para el caso de la infraestructura portuaria se pueden analizar la eficiencia de la tecnología y el uso del tiempo de los puertos de acuerdo a los costos declarados, de modo que a los puertos eficientes se les aprobarían sus costos y a las demás se les reducirían sus costos en la medida de su tasa de eficiencia. La ventaja de esta herramienta es que no se necesitaría incurrir en gastos adicionales en la administración de la regulación.

El objetivo de este documento es diseñar a través del DEA un modelo alternativo, dentro del mismo esquema de regulación de precios por tarifa máxima, con el que se puedan resolver

los aspectos mencionados que aumentan el coste generalizado del uso de la infraestructura portuaria. El documento consta de cuatro secciones. En la primera se diseña un modelo de evaluación del factor X a partir de mediciones con la técnica DEA, en la segunda se especifican las variables del DEA para evaluar los puertos, en la tercera se muestran los resultados de algunos ejercicios aplicados al sistema portuario colombiano y en la cuarta sección se propone un esquema que mitiga parcialmente las pérdidas de los puertos, asumiendo el Estado, como ente regulador, cierto porcentaje del costo social ante tales crisis.

### **1. La aplicación del DEA para definir el factor X**

En el caso de la infraestructura portuaria las curvas de demanda y de costos presentan un comportamiento particular (ver la gráfica 1): los costos del uso de los puertos constituyen un porcentaje relativamente menor de los costos totales de transporte; en consecuencia las firmas que operan los puertos cuentan con un volumen significativo de carga cautiva con respecto a la totalidad de la carga movilizada. No es entonces la libre competencia la que fija los precios del mercado, sino otros factores como la ubicación de los mercados y la coincidencia con rutas navieras importantes.

En la gráfica 1 se puede apreciar cómo la curva de demanda es totalmente inelástica hasta el precio  $P^*$ , en el que los costos del uso de la infraestructura portuaria son importantes con

2 Data Envelopment Analysis.

respecto a los costos totales de transporte y/o alcanzan a desplazar las cargas cautivas a otros puertos.  $C_o$  es el costo declarado por las Sociedades Portuarias Regionales (SPR). Suponiendo que este costo, ya sea por una mejor gestión relativa o por mayores inversiones en tecnología, puede disminuirse hasta  $C$ , el beneficio social de la infraestructura portuaria presenta una pérdida equivalente al área del rectángulo  $PoCoCP$ , que es el área que se quiere que los puertos reduzcan entre los períodos de vigencia de las tarifas.

Algunas de las razones por las que en la realidad no se da la reducción total de  $C_o$  a  $C$  son los aspectos mencionados en la introducción (menores costos sacrificando la calidad, y el caso contrario, la asimetría de información, el uso del tiempo privado a costa del tiempo público). El análisis de frontera eficiente puede corregir las imperfecciones en la fijación de las tarifas al identificar,

mediante la evaluación de las variables observables de funcionamiento de los puertos, la reducción potencial de los costos de cada operador portuario si se comportara como el puerto más eficiente del sistema.

A grandes rasgos, la teoría del DEA se puede describir como la evaluación dentro de un conjunto de unidades de decisión (para el caso, los puertos) de la combinación lineal de los insumos:

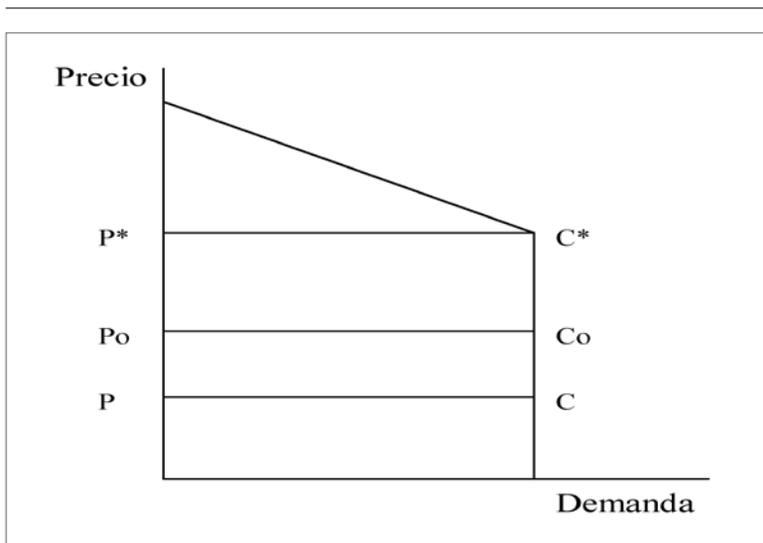
$$\lambda_1 X_1 + \lambda_2 X_2 + \dots + \lambda_n X_n$$

que debe transformarse en una combinación de productos:

$$\lambda_1 Y_1 + \lambda_2 Y_2 + \dots + \lambda_k Y_k$$

de modo que para cada unidad de decisión se determina si existe una combinación de insumos más eficiente capaz de producir los mismos resul-

Gráfica 1. Relación entre precio y demanda en el sistema portuario



tados. Esto se puede formular de tal forma que para cada unidad de decisión exista un  $\theta$  que toma valores entre 0 y 1, tal que:

$$\lambda_1 X_1 + \lambda_2 X_2 + \dots + \lambda_n X_n \leq \theta X, \text{ y}$$

$$\lambda_1 Y_1 + \lambda_2 Y_2 + \dots + \lambda_k Y_k \geq Y$$

Mediante programación lineal se puede resolver el problema anterior, concluyendo la solución óptima ( $\theta^*$ ;  $\lambda_1^*$ ,  $\lambda_2^*$ , ...,  $\lambda_n^*$ ). Si  $\theta^*$  es igual a 1, entonces, la unidad de decisión considerada es eficiente. En caso contrario ( $\theta^* < 1$ ) la unidad de decisión es ineficiente y la combinación ( $\lambda_1^*$ ,  $\lambda_2^*$ , ...,  $\lambda_n^*$ ) indica cuál debería ser la combinación de insumos adecuada, dependiendo de si se quiere minimizar los insumos o maximizar los productos.

Si bien en el análisis de frontera eficiente se evalúan unidades de decisión en un momento del tiempo, se pueden hacer análisis que evalúen el comportamiento eficiente de las unidades de decisión a través del tiempo. Fare *et al.* (1994) mostraron cómo las funciones de eficiencia, estimadas mediante DEA, pueden ser usadas para hallar el índice de Malmquist<sup>3</sup> de cambio de productividad. Esta función queda definida de la siguiente manera:

$$M^{t,t+1} = \frac{\theta^{t+1}(Y^{t+1}, X^{t+1})}{\theta^t(Y^t, X^t)} \cdot \frac{\theta^t(Y^{t+1}, X^{t+1})}{\theta^{t+1}(Y^t, X^t)}$$

$$\theta^{t+1}(Y^{t+1}, X^{t+1})^{1/2} \quad (3)$$

Los términos fuera de los paréntesis miden el cambio de eficiencia durante un período de tiempo entre  $t$  y

$t+1$ . Los términos dentro de los paréntesis miden el cambio en la frontera de producción como la media geométrica de los dos radios de las funciones de distancia. Si el valor del índice de Malmquist es mayor que uno, quiere decir que ha existido una mejoría en la eficiencia de la unidad de decisión, mientras que valores menores que uno indican lo contrario.

Cuatro problemas de programación lineal deben ser resueltos por separado;  $\theta^{t+1}(Y^{t+1}, X^{t+1})$  y  $\theta^t(Y^t, X^t)$  se resuelven normalmente, pero  $\theta^t(Y^{t+1}, X^{t+1})$  y  $\theta^{t+1}(Y^t, X^t)$  se resuelven evaluando en el primero la unidad de decisión  $i$  del tiempo  $t+1$  en relación con la tecnología disponible en el tiempo  $t$ , y en el segundo, evaluando la unidad de decisión  $i$  del tiempo  $t$  en relación con la tecnología disponible en el tiempo  $t+1$ .

El DEA se puede utilizar dentro del esquema de tarificación máxima como un porcentaje de reducción de tarifa máxima, debido a las ineficiencias en la producción en relación con los costos declarados por los puertos. Es decir, en el factor X se pueden incluir las medidas de eficiencia que consideren los problemas de coste generalizado, información asimétrica y desperdicio de tiempo, en la tarificación del siguiente período. Para esto la agencia reguladora del Estado define:

$$X_i = f(Ef, \Delta_i(Ef)) \quad (4)$$

donde  $i$  es la indicación de cada una de las SPR, Ef es la eficiencia estimada a través del DEA y  $\Delta(Ef)$  es el cambio

3 El índice de Malmquist de cambio de productividad en un modelo simple de insumo y producto bajo retornos constantes a escalas es:  $M^{t,t+1} = (Y^{t+1}/X^{t+1}) / (Y^t/X^t)$ .

de eficiencia, medido a través del índice de Malmquist (ecuación 3).

La especificación de la función de X parte de la base de que la diferencia entre el costo de los servicios de cada puerto con respecto al costo mínimo posible es inversa a su eficiencia. La curva de la gráfica 2 muestra cómo se reduce la diferencia entre el costo real de los servicios del puerto con respecto al costo mínimo posible (DC), a medida que aumenta la eficiencia del puerto. DC se formula como:

$$DC = (Ef - 1)^n \quad (5)$$

Asumiendo que  $n > 1$  por rendimientos marginales decrecientes y derivando a su vez DC con respecto al tiempo, queda que:

$$d(DC) / dt = n (Ef - 1)^{n-1} d(Ef) / dt \quad (6)$$

Este término es igual al factor X de la ecuación 2, en el sentido de que identifica el potencial de reducción de

los costos de los servicios portuarios de un período a otro. De modo que X finalmente se puede formular como:

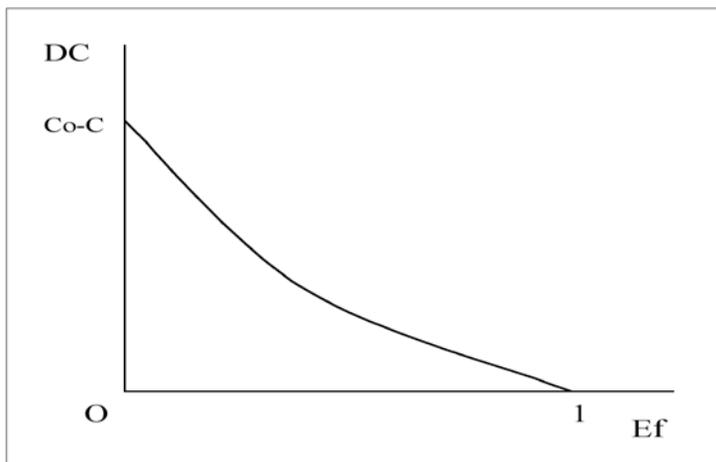
$$X = |n (Ef - 1)|^{n-1} \Delta (Ef) \quad (7)$$

Asumiendo que  $Ef = \theta$  y  $\Delta (Ef) = 1 / M^{t,t+1}$ , es decir que la eficiencia es igual a la tasa de eficiencia de cada puerto medida a través del DEA y el cambio de eficiencia es el inverso del índice de Malmquist, se puede definir el modelo de tarifa máxima (ecuación 2) para cada puerto  $i$  como:

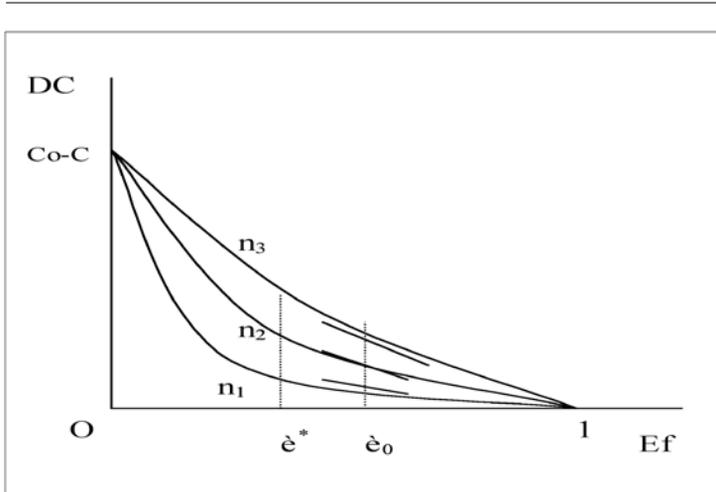
$$P_{t+1,i} = P_{t,i} + P_{t,i} (1 - |n (\theta_i - 1)|^{n-1} / M^{t,t+1}) \quad (8)$$

donde el término X es el potencial de reducción de costos de cada puerto  $i$ , estimado a partir de la evaluación del DEA entre un conjunto de puertos dados; lo que, además de evaluar la gestión de cada puerto, corrige los problemas de asimetría de información. Si un puerto entrega una información de

Gráfica 2. Curva de reducción de costos por eficiencia



Gráfica 3. Reducciones por  $n$



costos superior a la verdadera, el DEA determina el porcentaje de costos ( $X$ ) que debe reducirse de acuerdo a su nivel de producto.

El término  $n$  entrega al ente regulador la medida en que considere que la ineficiencia pesa en la reducción de las tarifas. Si se desea que la tasa de eficiencia sea severa en la reducción de tarifas, se escoge un  $n$  cercano a 1; por el contrario, si el objetivo es una penalización más laxa, se asume un  $n$  mucho mayor que 1. Por ejemplo, para un  $\theta_0$  específico mayor que  $\theta^*$ , donde  $n_1 > n_2 > n_3$ , entonces  $d(DC)_1 / dEf < d(DC)_2 / dEf < d(DC)_3 / dEf$  (ver la gráfica 3).

## 2. Especificación de variables de insumos y productos del DEA

Un aspecto crucial para la aplicación del DEA como mecanismo de identificación del factor  $X$  es que las variables de insumos y productos sean fácilmente observables y verificables, al tiempo que respondan a las políticas de eficiencia regulatoria del Estado. En

esencia se busca que insumos y productos reflejen situaciones de equilibrio en términos de rentabilidad entre los agentes privados que se benefician directamente del uso de la infraestructura portuaria y de las ganancias para el sistema económico en general.

La especificación de la variable de insumo es sencilla y no presenta problemas de asimetrías de información. El monto de la tarifa de cada puerto está disponible al público en general y es un indicador de los costos declarados por cada compañía. Las variables de producto son más complejas de especificar porque dependen de las tecnologías disponibles en cada puerto y del uso que los agentes del mercado hagan de estas últimas. Además, se debe distinguir entre el producto de los puertos y el producto económico. El primero entendido como los servicios prestados a las empresas navieras y el último entendido como los servicios que la infraestructura portuaria le presta al sistema económico en su globalidad.

El producto de los puertos es su capacidad tecnológica con respecto a sus verdaderas necesidades de tecnología, determinadas principalmente por la demanda de los servicios del puerto. Su medición está dada por la relación entre la tecnología disponible en un puerto y sus necesidades reales de movimientos de carga. El indicador de producto puerto se estima a partir de una función de tecnología óptima (TO), formulada como:

$$TO = (Cap_{ij} \star Porc_{ij}) / Carga\_Real_{ij} \quad (9)$$

Los índices *i* y *j* numeran respectivamente los puertos del sistema equivalentes que vayan a ser analizados con el DEA y los tipos de carga (contenedores, a granel, carga general, etc.). Las variables  $Cap_{ij}$  y  $Carga\_Real_{ij}$  se refieren a su vez a la capacidad total del puerto y a la carga real operada en un período determinado.  $Porc_{ij}$  está

definida por  $(mT_{ij}/T)$ , donde *m* es el porcentaje ideal de capacidad máxima del puerto bajo un rendimiento tecnológico medio *T*, y  $T_{ij}$  es el rendimiento tecnológico de cada puerto<sup>4</sup>. La intención de esta función de tecnología óptima (TO) es entregar una medida del uso eficiente de las inversiones en tecnología. Si TO es menor que 1 quiere decir que el puerto tiene menos tecnología que la que requiere; si es igual a 1 el puerto tiene un nivel tecnológico adecuado, y si es mayor que 1 el puerto tiene más tecnología de la necesaria.

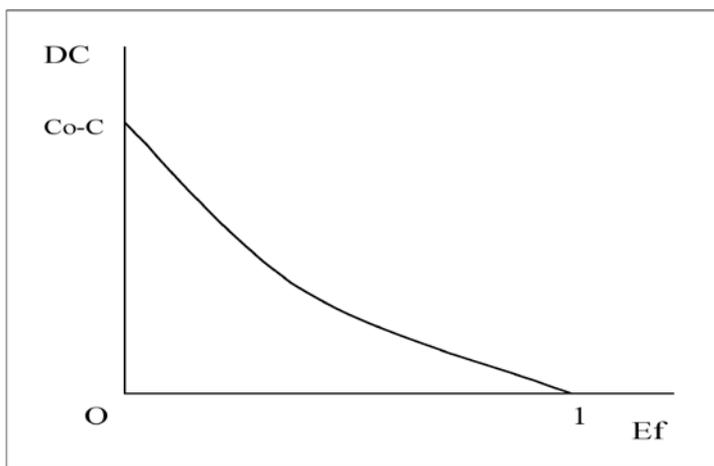
El producto de los puertos se define entonces en dos rangos. Si TO está entre 0 y 1, el producto de los puertos es igual a:

$$P_{Puertos\ ij} = k e^{\gamma TO} + \gamma \quad (10)$$

y si TO es mayor que 1, es igual a:

$$P_{Puertos\ ij} = k \ln (TO) + \gamma \quad (11)$$

Gráfica 4. Producto Puerto en función de TO



4 Esta variable se puede medir en unidades de velocidad operativa de la tecnología de punta del puerto.

Los coeficientes  $k$ ,  $c$  y  $\gamma$  los determina el ente regulador del Estado en la medida que se quiera castigar a los puertos con TO distantes respecto a 1. La gráfica 4 muestra cómo el producto decrece exponencialmente a medida que TO tiende a 0 y cómo disminuye su incremento (logarítmicamente) a medida que TO tiende a infinito.

La intención de este tipo de especificación del producto de los puertos es atacar los dos primeros problemas planteados en la introducción: el aumento del coste generalizado por deficiencias de tecnología, en busca de la disminución del costo de los puertos, y el caso contrario, el aumento del coste generalizado debido a inversiones innecesarias en tecnología.

El producto económico se mide en términos de tiempo. El objetivo es que el uso del tiempo de la infraestructura portuaria por parte de los agentes privados (navieros y puertos) no afecte el resto del sistema económico y a la sociedad en general. Como se ha dicho, el óptimo de la rentabilidad social no necesariamente es igual al óptimo de la rentabilidad privada.

La función de producto económico queda definida por:

$$P_{Económico\ i,j} = (Mov\_Rec_{i,j}) / t_{i,j} \quad (12)$$

donde  $Mov\_Rec_{i,j}$  es igual al número de movimientos por recalada que hacen en promedio los barcos que solicitan los diferentes servicios del puerto, y  $t_{i,j}$  es igual al tiempo promedio real que se gasta el barco atracado en los muelles de un puerto.

Para que los puertos puedan racionalizar socialmente el uso del tiempo es necesaria una legislación en la tarifa de muellaje no lineal. Es decir, por el uso de los servicios de muellaje, a los barcos se les incrementará la tarifa por unidad de tiempo, teniendo en cuenta el tiempo que demoren estacionados en los muelles. Este incremento debe ser más alto si la demora no está justificada por recibir otros servicios operativos del puerto.

Para evitar que los puertos sigan aprovechándose de las ventajas de la asimetría de información mediante la realización de colusiones, es decir que ajusten su información de costos, de tecnologías disponibles y del uso del tiempo, pueden incluirse dentro de los conjuntos de comparación del análisis de frontera eficiente puertos internacionales equivalentes.

Otra consideración importante para la especificación del DEA son las implicaciones que tienen las crisis de la demanda portuaria en un momento dado en la fijación de tarifas. En la cuarta sección se propone un esquema que mitiga parcialmente las pérdidas de los puertos, asumiendo el Estado como regulador cierto porcentaje de costo social ante tales crisis.

### 3. Un ejercicio hipotético en Colombia

La siguiente simulación del anterior esquema de tarifa máxima se basa en información de 1995 y 1998 sobre movimiento de contenedores. Los datos presentan muchas fallas e inconsistencias, por lo que los nombres de las SPR<sup>5</sup>

5 Las SPR son las Sociedades Portuarias Regionales que manejan las concesiones de la infraestructura portuaria del país. La información recolectada se hizo con proyecciones realizadas por la Oficina de Planeación de la Superintendencia General de Puertos. No son datos definitivos avalados por las SPR.

se omiten y en su lugar se numeran de 1 a 6. Los datos obtenidos de cada uno de los años (1995 y 1998) se asumen como el promedio del período de cuatro años previos a la fijación de la nueva tarifa.

El ejercicio arranca suponiendo que en 1993 el Estado negoció las tarifas iniciales (Po) con las SPR. Después de dos años las SPR efectuaron sus ajustes en tecnología y gestión para el próximo período de fijación de tarifa máxima (P1) y entregaron la información necesaria al Estado.

Las tarifas promedio declaradas por las SPR en los cuatro años anteriores a 1995 y 1998 se fijan como insumos para la evaluación de esos años en el análisis DEA (todas las cifras de tarifas utilizadas en este artículo estarán en dólares estadounidenses). Éstos constituyen los datos de insumos:

**Cuadro 1. Costos promedios declarados por las SPR**

SPR	Costos 1995	Costos 1998
SPR1	\$70,00	\$75,00
SPR2	\$70,00	\$75,00
SPR3	\$65,00	\$70,00
SPR4	\$67,00	\$70,00
SPR5	\$70,00	\$75,00
SPR6	\$69,00	\$72,00

Los datos sobre producto puerto<sup>6</sup> los estima el ente regulador a partir de la capacidad de carga y de los rendimientos tecnológicos de cada una de

las SPR, medida esta última como el número de contenedores que el puerto es capaz de movilizar en una hora utilizando su tecnología de punta. Esta información no debe provenir de las SPR, sino que debe ser originada directamente por el ente regulador mediante visitas de auditoría técnica anuales. La información sobre la carga de contenedores sí debe provenir de las propias SPR, lo que hace necesario el diseño de algún tipo de mecanismo de monitoreo para garantizar la veracidad de la información. Los datos para este ejercicio están en los cuadros 2a y 2b.

Se hicieron dos estimaciones diferentes del Producto Puerto (ver el cuadro 3). La primera (supuesto 1) bajo una especificación de los coeficientes  $k$ ,  $c$  y  $\gamma$  más severa para aquellas SPR que se alejen de 1 en la calificación de la tecnología óptima (TO), mientras que la segunda (supuesto 2) suaviza la función de Producto Puerto cuando TO es distante de 1. En la gráfica 5 se aprecian las diferencias en las funciones de Productos Puerto bajo los dos diferentes supuestos<sup>7</sup>.

El producto económico se estimó dividiendo el número de contenedores promedio entre recalada sobre el tiempo promedio por recalada (ver los cuadros 4a y 4b). Por la imposibilidad de conseguir información de 1995 para cuatro SPR, se utilizaron los mismos datos de 1998. Este tipo de información también debe ser suministrada por las SPR, lo que eventualmente exigirá monitoreo por parte del Estado.

6 Para la estimación del porcentaje de la capacidad de los puertos que se puede utilizar sin causar congestión se asumió el 55%, con una velocidad promedio de movilización de 30 contenedores por hora, por lo que el porcentaje tecnológico de cada puerto es igual a  $(0,55/30)$  por su rendimiento tecnológico. Debido a las limitaciones de la información, los datos de rendimiento tecnológico se tomaron iguales para 1995 y 1998.

7 Los coeficientes  $k$ ,  $c$  y  $\gamma$  de la función exponencial ( $0 < TO > 1$ ) en el supuesto 1 son iguales a 2,77, 0,066 y -0,066, en el supuesto 2 son iguales a 1,69, 0,225 y -0,225. Los coeficientes  $k$  y  $\gamma$  de la función logarítmica ( $1 < TO$ ) en el supuesto 1 son iguales a 0,57 y 1, y en el supuesto 2 son 0,87 y 1.

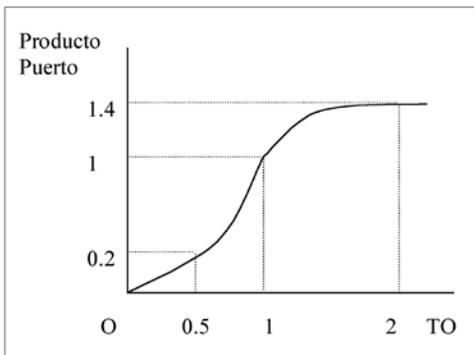
**Cuadro 2a. Datos para la estimación de Producto Puerto en 1995**

SPR	Tec. óptima	Capacidad	% Tec.	Carga real
SPR1	3,29	325.000	0,83	81.381
SPR2	2,08	182.000	0,46	40.114
SPR3	1,50	78.000	0,55	28.592
SPR4	0,97	286.000	0,46	134.734
SPR5	1,03	91.000	0,55	48.815
SPR6	5,80	117.000	0,37	7.399

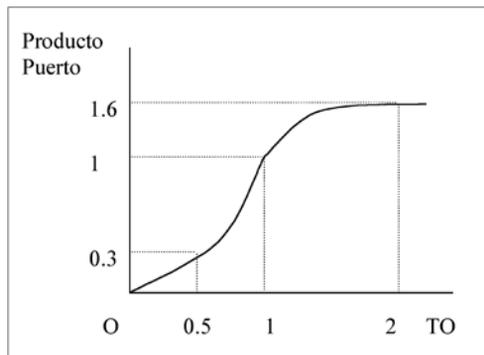
**Cuadro 2b. Datos para la estimación de Producto Puerto en 1998**

SPR	Tec. óptima	Capacidad	% Tec.	Carga real
SPR1	2,47	325.000	0,83	108.508
SPR2	1,56	182.000	0,46	53.485
SPR3	1,13	78.000	0,55	38.123
SPR4	0,73	286.000	0,46	179.645
SPR5	0,77	91.000	0,55	65.087
SPR6	4,35	117.000	0,37	9.865

**Gráfica 5. Diferencias en las funciones de Producto Puerto**



**Supuesto 1**



**Supuesto 2**

**Cuadro 3. Producto Puerto**

SPR	1995		1998	
	Supuesto 1	Supuesto 2	Supuesto 1	Supuesto 2
SPR1	1,6881	2,0321	1,5220	1,78306
SPR2	1,4225	1,6337	1,2565	1,38472
SPR3	1,2341	1,3512	1,0681	1,10220
SPR4	0,9228	0,9450	0,4374	0,54980
SPR5	1,0144	1,0216	0,4955	0,60316
SPR6	2,0142	2,5213	1,8482	2,27232

**Cuadro 4a. Producto económico 1995**

SPR	Peconom.	Ncont*Rec.	Tiempo prom.
SPR1	12,11	232,93	19,23
SPR2	8,43	90,78	10,77
SPR3	6,06	58,96	9,73
SPR4	18,55	302,97	16,33
SPR5	14,11	127,00	9,00
SPR6	6,21	84,75	13,65

**Cuadro 4b. Producto económico 1998**

SPR	Peconom.	Ncont*Rec.	Tiempo prom.
SPR1	18,39	232,93	12,67
SPR2	8,43	90,78	10,77
SPR3	6,06	58,96	9,73
SPR4	14,90	302,97	20,33
SPR5	14,11	127,00	9,00
SPR6	6,21	84,75	13,65

La estimación de P1 se hizo con los resultados del DEA (ver el cuadro 5) para los datos recogidos en 1995, aplicándolos en la ecuación 13. Como se dijo con anterioridad, el índice

de Malmquist en la primera tarifa se asume igual a 1. Las SPR que aparecen con 100% de eficiencia (Teta igual a 1) no tienen un TO cercano a 1; al contrario, están relativamente distantes a la

izquierda de 1. La explicación de este comportamiento está en que las diferencias entre los costos declarados por las SPR no son significativas, así que los

mayores productos determinan la eficiencia. Por ello, la ineficiencia de las SPR es castigada con mayor severidad en el supuesto 2.

Cuadro 5. Resultados DEA e índices de Malmquist

SPR	Supuesto 1			Supuesto 2		
	Teta 1995	Teta 1998	M 1,2	Teta 1995	Teta 1998	M 1,2
SPR1	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
SPR2	0,798	0,721	0,850	0,765	0,669	0,761
SPR3	0,712	0,637	0,829	0,655	0,558	0,816
SPR4	1,000	0,868	0,932	1,000	0,868	0,932
SPR5	0,836	0,767	0,871	0,808	0,767	0,926
SPR6	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000

La nueva tarifa máxima P1 para los años de 1995, 1996, 1997 y 1998 de cada SPR aparece en los cuadros 6a y 6b. Para los tres últimos años se agrega un ajuste inflacionario en moneda americana. Los resultados muestran la importancia de  $n$  en la determinación del nuevo techo tarifario. Lo que deja un instrumento poderoso para imponer castigos a las SPR ineficientes. Sin embargo, debido a la variabilidad que tiene el valor de  $n$  sobre las tarifas, sería conveniente que se le impusieran límites. Por ejemplo, que no afectara las tarifas hasta cierto porcentaje.

Con los valores de  $n$  entre 4,5 y 5,5, los descuentos en las tarifas de contenedores adquieren valores razo-

nables<sup>8</sup>. En los cuadros 7a y 7b aparecen los porcentajes de descuento del factor X en los costos declarados. Es notable la ineficiencia de la SPR3, mientras que las otras SPR experimentarían descuentos en sus tarifas de menos de un dólar; con  $n$  igual a 4,5 esta SPR tendría reducciones tarifarias de casi cuatro dólares.

Después de cumplido el período de vigencia de estas tarifas, en 1998 se recolectan los datos de insumos y productos de los cuatro años previos (ver los cuadros 1 a 4). Las estimaciones de las tarifas P2 se hacen con la ecuación 14 (ver los cuadros 8a y 8b). En éstas se tiene en cuenta el índice de Malmquist.

8 En el anexo 1 se exponen los descuentos para todas las tarifas.

**Cuadro 6a. Tarifa máxima de P1 según distintos valores de  $n$  (supuesto 1)**

SPR	Costos							
	Inicial	$n = 3$	$n = 3,5$	$n = 4$	$n = 4,5$	$n = 5$	$n = 5,5$	$n = 6$
<b>SPR1</b>	\$70,00	\$70,00	\$70,00	\$70,00	\$70,00	\$70,00	\$70,00	\$70,00
<b>SPR2</b>	\$70,00	\$61,40	\$65,50	\$67,70	\$68,80	\$69,40	\$69,70	\$69,90
<b>SPR3</b>	\$65,00	\$48,80	\$54,80	\$58,80	\$61,20	\$62,70	\$63,70	\$64,20
<b>SPR4</b>	\$67,00	\$67,00	\$67,00	\$67,00	\$67,00	\$67,00	\$67,00	\$67,00
<b>SPR5</b>	\$70,00	\$64,40	\$67,30	\$68,80	\$69,40	\$69,70	\$69,90	\$70,00
<b>SPR6</b>	\$69,00	\$69,00	\$69,00	\$69,00	\$69,00	\$69,00	\$69,00	\$69,00

**Cuadro 6b. Tarifa máxima de P1 según distintos valores de  $n$  (supuesto 2)**

SPR	Costos							
	Inicial	$n = 3$	$n = 3,5$	$n = 4$	$n = 4,5$	$n = 5$	$n = 5,5$	$n = 6$
<b>SPR1</b>	\$70,00	\$70,00	\$70,00	\$70,00	\$70,00	\$70,00	\$70,00	\$70,00
<b>SPR2</b>	\$70,00	\$58,40	\$63,40	\$66,40	\$68,00	\$68,90	\$69,40	\$69,70
<b>SPR3</b>	\$65,00	\$41,80	\$49,10	\$54,40	\$58,00	\$60,40	\$62,00	\$63,10
<b>SPR4</b>	\$67,00	\$67,00	\$67,00	\$67,00	\$67,00	\$67,00	\$67,00	\$67,00
<b>SPR5</b>	\$70,00	\$62,30	\$66,00	\$68,00	\$69,00	\$69,50	\$69,80	\$69,90
<b>SPR6</b>	\$69,00	\$69,00	\$69,00	\$69,00	\$69,00	\$69,00	\$69,00	\$69,00

**Cuadro 7a. Factor X de P1 según distintos valores de n (supuesto 1)**

SPR	Factor X						
	<i>n</i> = 3	<i>n</i> = 3,5	<i>n</i> = 4	<i>n</i> = 4,5	<i>n</i> = 5	<i>n</i> = 5,5	<i>n</i> = 6
<b>SPR1</b>	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
<b>SPR2</b>	12,25%	6,43%	3,30%	1,67%	0,83%	0,41%	0,20%
<b>SPR3</b>	24,97%	15,65%	9,61%	5,80%	3,46%	2,05%	1,20%
<b>SPR4</b>	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
<b>SPR5</b>	8,06%	3,81%	1,76%	0,80%	0,36%	0,16%	0,07%
<b>SPR6</b>	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%

**Cuadro 7b. Factor X de P1 según distintos valores de n (supuesto 2)**

SPR	Factor X						
	<i>n</i> = 3	<i>n</i> = 3,5	<i>n</i> = 4	<i>n</i> = 4,5	<i>n</i> = 5	<i>n</i> = 5,5	<i>n</i> = 6
<b>SPR1</b>	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
<b>SPR2</b>	16,60%	9,39%	5,20%	2,84%	1,53%	0,82%	0,43%
<b>SPR3</b>	35,62%	24,40%	16,37%	10,81%	7,05%	4,55%	2,92%
<b>SPR4</b>	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
<b>SPR5</b>	11,05%	5,65%	2,83%	1,39%	0,68%	0,33%	0,16%
<b>SPR6</b>	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%

**Cuadro 8a. Tarifa máxima de P2 según distintos valores de  $n$  (supuesto 1)**

SPR	Costos							
	Inicial	$n = 3$	$n = 3,5$	$n = 4$	$N = 4,5$	$n = 5$	$n = 5,5$	$n = 6$
<b>SPR1</b>	\$75,00	\$75,00	\$75,00	\$75,00	\$75,00	\$75,00	\$75,00	\$75,00
<b>SPR2</b>	\$75,00	\$54,30	\$62,30	\$67,30	\$70,40	\$72,30	\$73,40	\$74,10
<b>SPR3</b>	\$70,00	\$36,60	\$46,50	\$53,80	\$59,00	\$62,70	\$65,10	\$66,80
<b>SPR4</b>	\$70,00	\$66,10	\$68,30	\$69,30	\$69,70	\$69,90	\$70,00	\$70,00
<b>SPR5</b>	\$75,00	\$61,00	\$67,10	\$70,70	\$72,60	\$73,70	\$74,30	\$74,60
<b>SPR6</b>	\$72,00	\$72,00	\$72,00	\$72,00	\$72,00	\$72,00	\$72,00	\$72,00

**Cuadro 8b. Tarifa máxima de P2 según distintos valores de  $n$  (supuesto 2)**

SPR	Costos							
	Inicial	$n = 3$	$n = 3,5$	$n = 4$	$N = 4,5$	$n = 5$	$n = 5,5$	$n = 6$
<b>SPR1</b>	\$75,00	\$75,00	\$75,00	\$75,00	\$75,00	\$75,00	\$75,00	\$75,00
<b>SPR2</b>	\$75,00	\$42,50	\$53,20	\$60,70	\$65,70	\$69,10	\$71,20	\$72,60
<b>SPR3</b>	\$70,00	\$19,80	\$31,10	\$40,40	\$47,90	\$53,70	\$58,10	\$61,30
<b>SPR4</b>	\$70,00	\$66,10	\$68,30	\$69,30	\$69,70	\$69,90	\$70,00	\$70,00
<b>SPR5</b>	\$75,00	\$61,80	\$67,60	\$70,90	\$72,80	\$73,80	\$74,40	\$74,70
<b>SPR6</b>	\$72,00	\$72,00	\$72,00	\$72,00	\$72,00	\$72,00	\$72,00	\$72,00

En P2 la reducción de las tarifas es más intensa que en P1. Esto se debe a que la diferencia en las tasas de eficiencia es mayor en 1998, y a que el índice de Malmquist en ningún caso

es mayor que 1. Lo que sugiere que en la fijación de P2 sería necesario utilizar un  $n$  mayor que en P1. En los cuadros 9a y 9b aparecen las reducciones del factor de X.

Cuadro 9a. Factor X de P2 según distintos valores de  $n$  (supuesto 1)

SPR	Factor X						
	$n = 3$	$n = 3,5$	$n = 4$	$n = 4,5$	$n = 5$	$n = 5,5$	$n = 6$
SPR1	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
SPR2	27,54%	16,98%	10,26%	6,10%	3,58%	2,08%	1,20%
SPR3	47,69%	33,52%	23,09%	15,65%	10,48%	6,95%	4,57%
SPR4	5,60%	2,37%	0,99%	0,40%	0,16%	0,06%	0,03%
SPR5	18,65%	10,50%	5,79%	3,14%	1,68%	0,89%	0,47%
SPR6	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%

Cuadro 9b. Factor X de P2 según distintos valores de  $n$  (supuesto 2)

SPR	Factor X						
	$n = 3$	$n = 3,5$	$n = 4$	$n = 4,5$	$n = 5$	$n = 5,5$	$n = 6$
SPR1	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
SPR2	43,29%	29,07%	19,12%	12,38%	7,92%	5,01%	3,15%
SPR3	71,75%	55,64%	42,27%	31,61%		17,07%	12,37%
SPR4	5,60%	2,37%	0,99%	0,40%	0,16%	0,06%	0,03%
SPR5	17,54%	9,87%	5,44%	2,95%	1,58%	0,84%	0,44%
SPR6	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%

#### 4. Alternativas del esquema de tarifa máxima ante crisis de la demanda

Desde el enfoque propuesto el factor X del sistema de tarifa máxima

premia con los precios más rentables a aquellos puertos que ajusten sus inversiones en tecnología de acuerdo a la demanda por carga del puerto y optimicen el uso del tiempo privado y

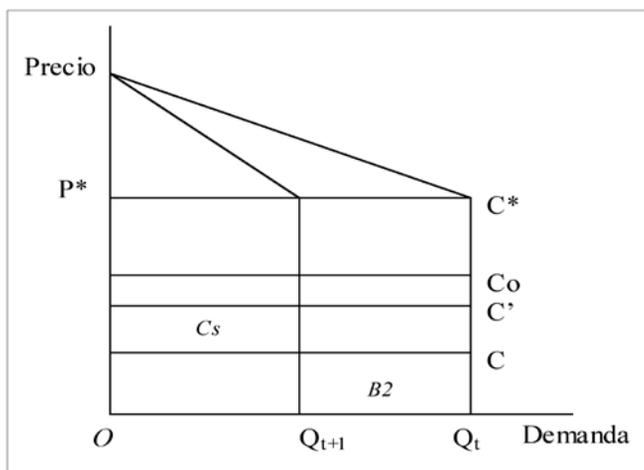
del tiempo social. Todo esto evaluado a través del DEA. Sin embargo, sería erróneo sostener que las decisiones sobre inversión de cada puerto sobre sus requerimientos tecnológicos coinciden exactamente con los movimientos futuros de la carga. Eventualmente se presentarán alteraciones imprevistas de la demanda, y de alguna manera las tarifas fijadas por la agencia reguladora del Estado deben compensar el riesgo de crisis de la demanda. Sobre todo cuando la fijación de tarifas a través del DEA evalúa dimensiones de cargas muy diferentes de las previstas por los puertos en sus decisiones de inversión, por caídas inesperadas de la demanda.

La pregunta clave es: ¿qué porcentaje de las pérdidas debe ser cubierto por los agentes privados y qué porcentaje debe ser costado por la sociedad? En otras palabras, ¿cuál es el margen de riesgo que debe compartir el sistema económico ante los imprevistos propios de la demanda de un sistema portuario que le es indispensable?

La respuesta a esta pregunta se complica en la medida en que los factores que influyen en la caída de la demanda pueden deberse a diversos agentes económicos. Por ejemplo, la falta de mercadeo del puerto es una clara falla del puerto, pero el deterioro de la infraestructura vial a la que está conectado el puerto o una recesión económica implica más a las autoridades políticas y económicas que al operador portuario. Por lo tanto, determinar el porcentaje de riesgo que debe asumir la sociedad con respecto a las crisis de la demanda portuaria implica la necesidad de juzgar la gestión de los diversos agentes, con todas las arbitrariedades, complejidades y posibilidades de selección adversa que conlleva un proceso de tales características.

En el siguiente esquema se trata de simplificar la determinación del porcentaje de riesgo que debe asumir la sociedad, de modo que los costos administrativos y las posibilidades de

Gráfica 6. Relación de precio y demanda bajo crisis en la demanda



corrupción se minimicen. En primer lugar, cada puerto tiene que definir el porcentaje de la caída de demanda mínimo (PDM) para que se proceda a una revisión de la rentabilidad de los servicios de los puertos:

$$\text{Min } \nabla Q = \text{PDM} < 1 - (Q_{t-1} / Q_t) \quad (13)$$

La gráfica 6 describe el caso de una caída de la demanda. Co es el costo declarado por el puerto, C es el costo fijado por la evaluación del DEA y  $Q_{t+1}$  es la nueva curva de demanda. Con la caída de la demanda el puerto pierde como beneficios el área B2. En principio, la pérdida del puerto se puede definir como:

$$P_p = B2 (1 - R_s) \quad (14)$$

donde  $P_p < B2$ ,  $R_s$  oscila entre 0 y 1, y  $R_s$  es la parte de riesgo que comparte el sistema económico en general con el puerto. Esta  $R_s$  se establece mediante un aumento de la tarifa máxima, que es el nuevo costo (C') que la agencia reguladora reconoce, por lo que el puerto recupera un excedente (VE) ante la caída de la demanda equivalente al área Cs:

$$Cs = \text{VE} = B2 R_s \quad (15)$$

Ahora bien, de la gráfica 6 se deduce que  $Cs = Q_{t+1} (C' - C)$  y  $B2 = (Q_t - Q_{t+1})C$ . Anexando estas igualdades en la última ecuación, queda:

$$Q_{t+1} (C' - C) = (Q_t - Q_{t+1}) C R_s \quad (16)$$

por lo que el nuevo precio C' es:

$$C' = C [1 + (R_s (Q_t - Q_{t+1}) / Q_{t+1})] \quad (17)$$

Dos graves problemas tiene la especificación del riesgo social ( $R_s$ ): la asimetría de información<sup>9</sup> y la medición del margen de responsabilidad que corresponde a fallas del mercadeo de los puertos y del margen que se debe a crisis del comercio exterior de una región, que, como se mencionó anteriormente, es un procedimiento que tiene mucho de arbitrario y de complejo.

Una solución de los problemas de la especificación del riesgo social es una versión alternativa del modelo CAPM<sup>10</sup>. Éste estima el costo de equidad como:

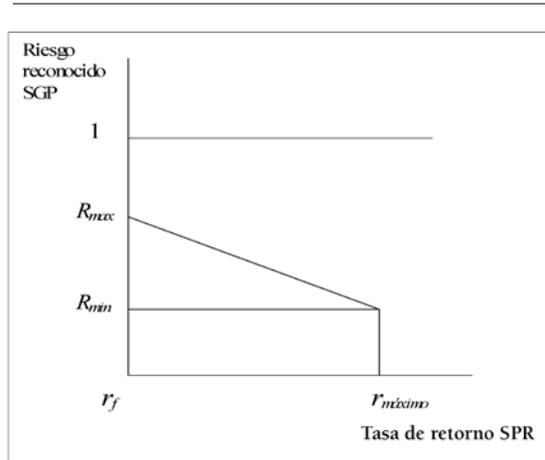
$$r_e = r_f + \beta_e (r_m - r_f) \quad (18)$$

donde  $r_e$  es el costo de la equidad financiera,  $r_f$  es la tasa de retorno con riesgo cero,  $\beta_e$  es el beta de equidad,  $r_m$  es el nivel de retorno del mercado y  $(r_m - r_f)$  es el premio por asumir el riesgo del mercado. Básicamente, lo que haría la agencia reguladora es negociar la tasa de retorno ( $r_e$ ) con los puertos, basándose en el porcentaje de reconocimiento de un riesgo social en caso de crisis de la demanda (ver la gráfica 7). En la medida que un puerto pacte una tasa de retorno ( $r_m - r_f$ ) más alta, mayor será el porcentaje de riesgo que tendrá que asumir en caso de una caída de la demanda. El puerto define la relación entre la tasa de retorno y el porcentaje de riesgo social ( $\beta_e$ ), fijando sus niveles máximos y mínimos.

9 En este caso la asimetría de información no sólo va de las SPR al ente regulador, sino que también afecta a las SPR al no conocer con antelación las proyecciones de cargas de las compañías navieras para efectuar sus inversiones en tecnología.

10 Capital Asset Pricing Model (CAPM).

Gráfica 7. Riesgo en función de retorno



La razón para usar el CAPM de esta manera es evitar los problemas de asimetría de información con los puertos. Éstos escogerán sus niveles de retorno y de riesgo de acuerdo con el conocimiento y la evaluación de su propio negocio.

### Conclusiones

En un país con graves problemas de corrupción pública como Colombia, la falta de claridad en las reglas de juego en las negociaciones entre los agentes privados y públicos ahonda la gravedad de este tipo de problemática institucional.

En la actualidad, muchos de los esquemas de regulación en Colombia han adoptado el sistema de tarifa máxima (*Price Cap*) para la fijación de los precios de los servicios públicos que en la última década se han venido privatizando (telecomunicaciones, energía, puertos, etc.). Uno de los problemas de este sistema de tarifación es que el factor X no se especifica bajo criterios técnicos con anterioridad al período de vigencia de la

tarifa máxima, sino que se ajusta arbitrariamente, lo que incrementa el riesgo de comportamientos corruptos del sistema público, y de paso, los costos e ineficiencias de los servicios privatizados.

El análisis de frontera eficiente puede ser una alternativa viable para fijar de antemano, con claridad y precisión, el factor X de la tarifa máxima, resolviendo muchas de las imperfecciones en la estructura de las negociaciones que se han venido dando entre los agentes privados y públicos. En este documento se mostró cómo el DEA aplicado en el esquema de tarifa máxima se puede utilizar para orientar el mercado de la infraestructura portuaria hacia los intereses de la sociedad y del sistema económico en su globalidad, sin que por ello se desincentive a los inversionistas privados.

Sin embargo, es necesario advertir que el éxito del uso del DEA dependerá en su mayor medida de la capacidad que tenga la agencia estatal reguladora de la infraestructura de monitorear cierta información básica necesaria para el modelo de tarifa máxima que se ha

propuesto en este documento. La precisión que se logre en la obtención de la información de la tecnología de punta disponible y del uso del tiempo en los puertos es la clave para que las reglas de juego que implica este modelo sean viables a largo plazo.

## Referencias

- Alexander, Ian, Antonio Estache y Adele Oliveri. 2000. A Few Things Transport Regulators Should Know About Risk and the Cost of Capital. *Utilities Policy* 9 (1): 1-13.
- Colasores. 1998. *Estudio para el establecimiento de modelos tarifarios y criterios de control de las tasas a las Sociedades Portuarias*. Resumen ejecutivo, septiembre. Documento de consultoría. Bogotá.
- Económica Consultores. 1997. *Diseño de incentivos regulatorios para la industria de las telecomunicaciones. Sistema regulatorio Price Cap*. Documento interno.
- Fare, R., S. Grosskopf, B. Lindgren y P. Roos. 1994. *Productivity Development in Swedish Hospitals: A Malmquist Output Index Approach*. En *Data Envelopment Analysis: Theory, Methodology and Applications*, eds. A. Charnes, W. Cooper, A. Y. Lewin y L. M. Seiford. Dordrecht: Kluwer.
- Gaviria, J. 1998. *Port Privatization and Competition in Colombia*. Washington: World Bank.
- Green, R. y M. Rodriguez. 1999. *Resetting Price Controls for Privatized Utilities*. Washington: World Bank.
- Oum, T. H. y G. Waters II. 1998. Contribuciones recientes en el análisis de las funciones de coste aplicadas al transporte. En *Desarrollos recientes en economía del transporte*, coords. Chris Nash y Ginés de Rus Mendoza, 73-132. Madrid: Civitas.
- Jansson, J. O. 1998. Teoría y práctica de la tarificación de infraestructura de transporte y del transporte público. En *Desarrollos recientes en economía del transporte*, coords. Chris Nash y Ginés de Rus Mendoza, 133-218. Madrid: Civitas.
- Rus, G. de. 1998. *Regulación de precios en transporte*. Washington: Instituto de Desarrollo Económico (EDI) del Banco Mundial.
- Rus, G. de, L. Trujillo, B. Tovar, M. González y C. Román. 1995. *La competitividad de los puertos españoles*. Tenerife: Universidad de las Palmas de Gran Canaria.
- Trujillo, L. y G. Nombela. 1999. *Privatización y regulación de infraestructuras de transporte*. Madrid: Instituto de Desarrollo Económico del Banco Mundial y Universidad de las Palmas de G. C.
- Viscusi, W., J. Vernon y J. Harrington. 1995. *Economics of Regulation and Antitrust*. Cambridge: MIT.

**Anexo**  
**Reducciones en la tarifa (cifras en dólares)**

**Descuento de P1 bajo supuesto 1**

SPR	Descuento						
	<i>n</i> = 3	<i>n</i> = 3,5	<i>n</i> = 4	<i>n</i> = 4,5	<i>n</i> = 5	<i>n</i> = 5,5	<i>n</i> = 6
<b>SPR1</b>	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
<b>SPR2</b>	\$8,58	\$4,50	\$2,31	\$1,17	\$0,58	\$0,29	\$0,14
<b>SPR3</b>	\$16,23	\$10,17	\$6,24	\$3,77	\$2,25	\$1,33	\$0,78
<b>SPR4</b>	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
<b>SPR5</b>	\$5,64	\$2,66	\$1,23	\$0,56	\$0,25	\$0,11	\$0,05
<b>SPR6</b>	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -

**Descuento de P1 bajo supuesto 2**

SPR	Descuento						
	<i>n</i> = 3	<i>n</i> = 3,5	<i>n</i> = 4	<i>n</i> = 4,5	<i>n</i> = 5	<i>n</i> = 5,5	<i>n</i> = 6
<b>SPR1</b>	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
<b>SPR2</b>	\$11,62	\$6,57	\$3,64	\$1,99	\$1,07	\$0,57	\$0,30
<b>SPR3</b>	\$23,16	\$15,86	\$10,64	\$7,03	\$4,58	\$2,96	\$1,90
<b>SPR4</b>	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
<b>SPR5</b>	\$7,73	\$3,95	\$1,98	\$0,98	\$0,47	\$0,23	\$0,11
<b>SPR6</b>	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -

**Descuento de P2 bajo supuesto 1**

SPR	Descuento						
	<i>n</i> = 3	<i>n</i> = 3,5	<i>n</i> = 4	<i>n</i> = 4,5	<i>n</i> = 5	<i>n</i> = 5,5	<i>n</i> = 6
SPR1	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
SPR2	\$20,66	\$12,74	\$7,70	\$4,58	\$2,69	\$1,56	\$0,90
SPR3	\$33,38	\$23,47	\$16,16	\$10,96	\$7,34	\$4,86	\$3,20
SPR4	\$3,92	\$1,66	\$0,69	\$0,28	\$0,11	\$0,05	\$0,02
SPR5	\$13,99	\$7,87	\$4,34	\$2,36	\$1,26	\$0,67	\$0,35
SPR6	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -

**Descuento de P2 bajo supuesto 2**

SPR	Descuento						
	<i>n</i> = 3	<i>n</i> = 3,5	<i>n</i> = 4	<i>n</i> = 4,5	<i>n</i> = 5	<i>n</i> = 5,5	<i>n</i> = 6
SPR1	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
SPR2	\$32,47	\$21,80	\$14,34	\$9,29	\$5,94	\$3,76	\$2,36
SPR3	\$50,23	\$38,95	\$29,59	\$22,12	\$16,34	\$11,95	\$8,66
SPR4	\$3,92	\$1,66	\$0,69	\$0,28	\$0,11	\$0,05	\$0,02
SPR5	\$13,15	\$7,40	\$4,08	\$2,21	\$1,19	\$0,63	\$0,33
SPR6	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -