ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v.9, n.2, p.287-301, novembro 2016 ISSN 1982-5153

http://dx.doi.org/10.5007/1982-5153.2016v9n2p287

Pode-se Aprender Matemática Através da Investigação de Casos Particulares?

(One Can Learn Mathematics by Investigating Particular Cases?)

LÊNIO FERNANDES LEVY

Universidade Federal do Pará (leniolevy@ufpa.br)

Resumo. A discussão acerca da possibilidade de construções de objetos matemáticos no âmbito escolar, construções essas que tenham a ver com subsídios proporcionados por atividades de modelagem matemática, é o cerne deste artigo, o qual, em termos metodológicos, é marcado pela perquirição qualitativa de cunho teórico-bibliográfico. A dedução, mesmo não sendo exclusiva do pensamento matemático, é o seu atributo mais significativo, diferenciando tal pensamento de ações cognitivas que se iniciam pela abordagem de casos particulares, normalmente característicos do mundo entendido como real, o que dá margem a críticas fortalecedoras da ideia de insuficiência da modelagem matemática, no ensino e na aprendizagem, visando à elaboração de objetos matemáticos, na medida em que a atividade de modelar (afora o vínculo que mantém com a dedução) não prescinde das chamadas situações reais, que, por abrangerem singularidades, demandam (e são demandadas por) processos cognitivos frequentemente opostos ao caminhar dedutivo, embora a dedução seja necessária ao sujeito cognoscente quando lida não apenas com o domínio matemático, mas também com diversas situações nomeadas de reais. A pergunta-diretriz do presente artigo é a mesma que o intitula: "pode-se aprender Matemática através da investigação de casos particulares?". Neste texto, mediante ênfase a liames que envolvem os temas "desordem, ordem, indução e dedução", apresentam-se argumentos que conduzem a resultados ou conclusões favoráveis à eficácia do "aprendizado (e/ou da construção) de Matemática com auxílio do ato de modelar", sem a desconsideração, a seu turno, do emprego da modelagem matemática com vistas também ao aperfeiçoamento de habilidades matemáticas previamente internalizadas ou assimiladas pelo aluno.

Abstract. The discussion about the possibility of construction of mathematical objects in schools – constructions that have to do with subsidies provided by mathematical modeling activities – is the core of this article, which is marked (methodologically) by qualitative perquisition of theoretical and bibliographic nature. The deduction, although not exclusive of mathematical thinking, is its most significant atribute, differentiating this thinking of the cognitive actions that are initiated by the approach of particular cases. The particular cases usually are characteristic of the world that is understood as real. This gives rise to favorable reviews – in teaching and learning – to the idea of failure of the mathematical modeling when she (the mathematical modeling) aims at elaboration of mathematical objects, because the activity of modeling (aside from the bond that she keeps with the deduction) can not succeed without the so-called real situations. These (real) situations require (and are demanded by) cognitive processes that are opposing when walking deductive because they (the situations) contain singularities, though the deduction is necessary for the cognitive subject when he not only connect with the mathematical field, but also with several situations that are called real. The directive question of this article is the same as his title: "on can learn Mathematics by investigating particular cases?". This article – by emphasizing the ties involving the matters "disorder, order, induction and deduction" – presents arguments that lead to results or conclusions in favor of the effectiveness of "learning (and/or construction) of Mathematics with the help of the act of modeling", without disrespect, in turn, the use of mathematical modeling in order also to improve math skills previously internalized and assimilated by the student.

Palavras-chave: desordem, ordem, indução, dedução, modelagem, matemática

Keywords: disorder, order, induction, deduction, modeling, mathematics

Considerações iniciais: desordem e ordem

A Matemática diz respeito a padrões, concentra-se em repetições, trata de entes ideais, abstratos ou interpretados, existentes na mente humana (BIEMBENGUT; HEIN, 2000; BASSANEZI, 2002). Nesse sentido, ela é regida por axiomas, noções primitivas, propriedades e definições.

O que pensamos ser a realidade, por sua vez, diferencia-se da Matemática e corresponde, em larga escala, a situações únicas, que não se repetem plenamente. A singularidade, a concreção e a desordem podem ser elencadas como atributos da realidade. Ao mesmo tempo, mediante aproximações, buscamos estabelecer padrões ou ordens no que toca aos fenômenos naturais e sociais. A propósito, comungamos com Abbagnano (2000, p. 730) quanto à definição de ordem como "uma relação qualquer entre dois ou mais objetos que possa ser expressa por meio de uma regra".

Aquiescemos, pois, com a assertiva de que o nosso conhecimento da realidade seja, em alguma medida, dependente das noções de desordem e de ordem. Defendemos a posição de que o diálogo entre desordem e ordem, na natureza e na sociedade, percebido (e/ou construído) pelo ser humano, guarda relação com a teoria filosófica da complexidade, preconizada por Morin (1999, 2001, 2002, 2003), a qual se baseia no tetragrama ordem-desordem-interação-organização. Em se tratando do conhecimento humano acerca da realidade, Morin afirma que:

> O conhecimento não pode ser o reflexo do mundo, é um diálogo em devir entre nós e o universo. Nosso mundo real é aquele cuja desordem nunca poderá ser eliminada e de onde ele não poderá jamais eliminar a si mesmo. Isso não quer dizer que estejamos fechados num solipsismo irremediável. Isso quer dizer que nosso conhecimento é subjetivo/objetivo, que pode assimilar os fenômenos ao combinar os princípios do tetragrama ordem/desordem/interação/organização, mas que continua sendo uma incerteza insondável quanto à natureza última desse mundo. (MORIN, 2001, p. 223)

Num contexto matemático estrito, não cabem desordens. Mas a ordem matemática é criada pelo homem, que, paradoxalmente, não se exime, em seu pensar e em seu fazer, da díade ordem-desordem. É comum, em nosso dia a dia, procuramos levar a efeito generalizações ou ordenações de fenômenos, de singularidades, de desordens, gerando padrões a partir do estabelecimento de aproximações ou de semelhanças. "No dizer de Descartes, é próprio de nosso espírito formar propriedades gerais do conhecimento das particularidades" (JAPIASSÚ; MARCONDES, 1996, p. 116).

Recorrendo à História da Filosofia, confirmamos que argumentos em prol da existência exclusiva da imobilidade e/ou da ordem encontram-se nas ideias de Parmênides; a seu turno, argumentos voltados para a realidade apenas da mudança e/ou da desordem remontam a filósofos como Heráclito (JAPIASSÚ; MARCONDES, 1996; ABBAGNANO, 2000).

Parmênides, diante de Heráclito, encarna um polo contrário do pensamento humano, defendendo que a mudança e o movimento são ilusões; para ele, o devir não passa de uma aparência, sendo os nossos sentidos aquilo que nos conduz no fluxo incessante dos fenômenos; de acordo com Parmênides, o real é o ser único, imóvel, imutável, eterno e oculto sob o véu das aparências múltiplas (JAPIASSÚ; MARCONDES, 1996).

Há influência de Parmênides sobre Platão, que situa a (ordem) ideia no mundo inteligível, contrastante com o mundo sensível, onde se manifesta a (desordem) aparência. Segundo Platão, o conhecimento sensível, direcionado para as coisas na sua multiplicidade, não possui valor de verdade e dificulta a aquisição do conhecimento genuíno (ABBAGNANO, 2000).

A nosso ver, é plausível a conjunção de ideários filosóficos contraditórios e, ao mesmo tempo, complementares (MORIN, 1999, 2003), como os de Heráclito e Parmênides/Platão. Entendemos que o diálogo entre ordem e desordem – um diálogo que, de certa forma, congrega em si as duas concepções filosóficas mencionadas – é percebido (e/ou construído por nós) em ambientes dotados, com frequência, de alta complexidade (MORIN, 2003), fortemente relacionados com o que designamos de realidade, ao passo que as elaborações unicamente matemáticas, caracterizadas pela ordem, denotam, não raro, baixa ou média complexidade, distanciando-se da maioria dos processos tidos como reais.

O pensamento de que nos valemos para matematizar é, a rigor, de cunho genérico e abstrato. É certo que, em várias ocasiões, também precisamos de raciocínios genéricos e abstratos – os quais não são procedimentos cognitivos restritos à Matemática – para lidarmos com o chamado mundo real, onde admitimos (ou buscamos admitir) ordem na desordem. A nossa interpretação da realidade carece não só de pensamentos espontâneos ou concretos, que mantêm ligações estreitas e diretas com objetos percebidos ou sentidos por nós, mas também, em diversas situações, carece de ideias genéricas e abstratas. Por sinal, define-se abstração como “a operação mediante a qual alguma coisa é escolhida como objeto de percepção, atenção, observação, consideração, pesquisa, estudo, etc., e isolada de outras coisas com que está em uma relação qualquer” (ABBAGNANO, 2000, p. 4).

Os fenômenos naturais e sociais, sobremaneira os mais complexos, não são, em sua plenitude, concebidos do ponto de vista matemático. A realidade, na sua complexidade mais exacerbada, não é inteiramente traduzida pelo pensamento matemático, fato que não diminui a necessidade da dedução – a qual não é um encadeamento lógico-cognitivo exclusivo do ato de matematizar – também no domínio classificado como real.

O diálogo entre a Matemática e o nosso conhecimento da realidade mostra-se, pois, conflituoso. Nas próximas linhas, trataremos dos tipos de encadeamento cognitivo a que o homem recorre quando matematiza e quando tenta lidar com a realidade.

Indução e dedução

O pensamento matemático diferencia-se de contextos cognitivos atinentes à concreção, mas surgiu curiosamente do "homem no mundo", e o "homem no mundo" tende, com frequência, a pensar de forma indutiva, movimentando-se do particular, do singular e/ou do concreto rumo ao geral. A Matemática, haja vista a contribuição grega/clássica, requer o pensar dedutivo (o qual, todavia, não se restringe ao âmbito matemático), cujo movimento dá-se do geral ao particular. A indução, até certo nível, guarda relação com a espontaneidade; a dedução coaduna-se, em boa medida, com o não espontâneo.

De acordo com Severino, por um lado:

> No caso do raciocínio indutivo, da indução, ocorre um *processo de generalização* pelo qual o cientista passa do particular para o universal. De *alguns* fatos observados (fatos particulares), ele conclui que a relação identificada se aplica a *todos* os fatos da mesma espécie, mesmo àqueles não observados (princípio universal). O que se constatou de uma amostra é estendido a toda a população de casos da mesma espécie [...]. (SEVERINO, 2007, p. 104)

Por outro lado:

> Já quando, em função do conhecimento de que todos os homens são mortais, concluo que um determinado homem que encontro vai morrer, esta conclusão é estabelecida por *dedução*. Trata-se de uma passagem do universal para o particular e para o singular. De um princípio geral, deduzimos outros menos gerais até fatos particulares. (SEVERINO, 2007, p. 105)

Neste ponto do presente texto, destacamos algumas indagações: (1) Sem pensamento indutivo, há, no sujeito cognoscente, dedução matemática? (2) O processo de dedução matemática, no sujeito cognoscente, deve algo à indução? (3) No transcurso de uma demonstração matemática, será que nunca nos valemos de regras nas quais confiamos por sabermos, acima de tudo, que, em momentos anteriores e específicos (vide casos particulares) de nosso processo pessoal de formação matemática, elas surtiram o efeito desejado mais de uma vez? (4) A indução é aceitável no aprendizado de Matemática? (5) Pode-se aprender Matemática por meio da investigação de casos particulares? [Obs.: entendemos que a "modelagem matemática no ensino" mantenha vínculos com a investigação de problemas considerados reais e/ou com o estudo de casos particulares].

É possível que, para alguns leitores, não venhamos a responder plausivelmente a essas perguntas nas próximas laudas. Talvez não haja respostas convincentes o bastante, se buscarmos nos fundamentar nas ideias que vamos expor a seguir. Mas, de nosso ponto de vista, discussões que envolvam tais ideias possuem, por si sós, relevância em termos de Matemática e de ensino de Matemática.

As sistematizações dos pensamentos indutivo e dedutivo (anunciadas na Antiguidade e fortalecidas, com efeito, na Idade Moderna) deram origem a métodos os mais diversos, tendo havido, nesse sentido, não raro, conjunções de ambos os tipos de pensamento mencionados, quais sejam – ratificamos! – o indutivo e o dedutivo, a exemplo do que fizera Galileu Galilei quando aliou o uso da Matemática a comprovações empíricas (JAPIASSÚ; MARCONDES, 1996).

Em nosso entendimento, a Matemática é construção humana, e ao menos esse aspecto aproxima a matematização e o ato de tentar-se compreender a realidade, na medida em que o mundo, para ser conhecido (ou julgado como tal), depende da percepção e da interpretação, as quais não deixam de constituir-se em criações do homem. A propósito, "o conhecimento não é um espelho das coisas ou do mundo externo. Todas as percepções são, ao mesmo tempo, traduções e reconstruções cerebrais com base em estímulos ou sinais captados e codificados pelos sentidos" (MORIN, 2002, p. 20). Outrossim, "o mundo real, ou *em si*, é inacessível à razão humana, como já fora percebido, desde a Antigüidade, por numerosos filósofos. Ele só pode ser conhecido como mundo *para si*, ou seja, como objeto da representação que dele se faz" (PINO, 2001, p. 41).

Além do mais, tanto o pensamento/método indutivo quanto o pensamento/método dedutivo, a nosso ver, demandam ao sujeito cognoscente o estabelecimento de relações ou conexões entre múltiplos itens ou elementos, o que faz com que a ação de pensar indutivamente acerca dos fenômenos do mundo e a ação de matematizar dependam de encadeamentos cognitivos.

Em parágrafo anterior, referimo-nos à (indagação acerca da) possibilidade de aprendizado da Matemática por meio da investigação de casos particulares e/ou por meio da modelagem matemática. Essa possibilidade, segundo algumas pessoas, encontra obstáculo no fato de a Matemática ser de natureza dedutiva e, por definição, ser independente do mundo real. Por sua vez, a modelagem matemática, além de guardar vínculo com a dedução, liga-se, dado o seu caráter aplicado, ao cotidiano, ao mundo real dos alunos, não prescindindo (eis aí o obstáculo!), em certo grau, do pensamento indutivo, apesar de cotidiano e mundo real, quanto à sua representação cognitiva pelos discentes, por vezes demandarem também uma ação de deduzir, ou melhor, uma ação de deduzir não obrigatoriamente limitada à Matemática. Indagamos novamente: pode-se aprender Matemática por meio da investigação de casos particulares e/ou por meio da modelagem matemática?

A seguir, discorreremos sobre modelagem e modelos, tendo em vista a questão precedente, bem como visando às outras perguntas que elencamos em trecho anterior deste artigo.

Modelagem mental, modelo mental, modelagem matemática e modelo matemático

Construímos representações ou modelos mentais daquilo com que interagimos, e é através desse artifício que conhecemos ou buscamos conhecer (numa dinâmica de criação/recriação) o que nos cerca, o que nos interessa, o que nos aflige, o que nos afeta etc. Nossas representações (ou modelos mentais) são dotadas de alguns aspectos, a exemplo de organização, de articulação e de manutenção, em uma escala necessária ao nosso processo cognitivo (MORIN, 1999).

Os modelos mentais não são apenas representações que frutificam de contatos ou encadeamentos diretos (nível concreto), em termos cognitivos, entre nós e o mundo chamado de perceptível ou sensível. Podem ser também representações atinentes a contatos ou encadeamentos indiretos (nível abstrato) entre nós e “objetos-alvo” do nosso pensamento, relacionando-se ou não, tais representações, ao nosso dia a dia. Enfim, os modelos mentais podem conjugar em si, ao mesmo tempo, os níveis concreto e abstrato da cognição.

A relativa estabilidade estrutural dos nossos modelos mentais possibilita a efetivação, neles, de avaliações e de reavaliações. Há uma contínua abertura de tais modelos à retificação, ao redirecionamento e/ou à modificação, sendo essa abertura reforçada por cogitações, já que as representações humanas vinculam-se, de maneira perceptível ou não, a palavras e a ideias (MORIN, 1999).

A seu turno, a solução de um problema passível de ligação ao aspecto quantitativo pode ser alcançada, habitualmente, por intermédio de procedimentos matemáticos. Nesse sentido, um conjunto de símbolos e de relações (de cunho matemático) com o qual se busque interpretar um fenômeno ou uma situação é designado de modelo matemático (BIEMBENGUT; HEIN, 2000).

Um modelo matemático pode dizer respeito a: expressões numéricas, fórmulas, diagramas, gráficos, representações geométricas, equações algébricas, tabelas, programas computacionais etc. Ele representa, ainda que de forma simplificada, aspectos do fenômeno ou da situação em estudo (BIEMBENGUT; HEIN, 2000).

Defendemos a ideia de que, em sentido estrito, os modelos matemáticos guardam laços com certos tipos de modelos mentais. Os modelos, tanto os matemáticos quanto os mentais, são, em sentido lato, representações. Os modelos matemáticos, utilizados para o nosso diálogo investigativo/acadêmico com situações particulares ou singulares do mundo a que chamamos de real (BIEMBENGUT; HEIN, 2000), resultam, sobremaneira, de procedimentos sistematizados, os quais têm a ver, predominantemente, com análises e com pensamentos genéricos e/ou formais. É óbvio que também existirão ocasiões em que a modelagem mental, por mais distante que esteja de um processo acadêmico marcado pela investigação e pela matematização, não se eximirá de ações sistematizadas, de análises e de pensamentos genéricos e/ou formais. Enfim, reafirmamos que os modelos matemáticos mantêm correspondência com determinadas categorias de modelos mentais.

Quando se procura conhecer uma parte daquilo que se considera o mundo real, tendo-se em vista, através de matematizações, explicá-la, entendê-la ou até agir sobre ela, normalmente se busca selecionar, no objeto em foco, argumentos ou referenciais avaliados como relevantes, aspirando-se a uma representação – alicerçada em ações sistematizadas/formais – a que se dá o nome de modelo matemático.

Em tese, um modelo matemático é dotado de linguagem sintética, expressando ideias de maneira clara e precisa. Além disso, possibilita (Obs.: e essa possibilidade é aumentada quando o modelo é, por exemplo, um teorema) a utilização de recursos computacionais para encontrarem-se as suas soluções numéricas (BASSANEZI, 2002).

A modelagem matemática é um processo através do qual se obtêm e se validam modelos matemáticos. Fundamenta-se no raciocínio abstrato, aspirando à previsão de tendências. A modelagem matemática visa à representação de situações-problema por meio de soluções de caráter matemático (BASSANEZI, 2002).

Existe, no contexto das Ciências Naturais, a ideia de que a modelagem matemática relaciona-se tanto com o mundo dito real quanto com a Matemática (BASSANEZI, 2002). Esse processo, que culmina na representação de uma situação através de um constructo matemático, pode ser resumido em três etapas: (i) interação; (ii) matematização; (iii) modelo matemático (BIEMBENGUT; HEIN, 2000).

Na etapa ou fase de interação, após o delineamento da situação a ser investigada, realiza-se um estudo sobre o tema por meio de livros e de revistas especializadas, entre outros, ou faz-se um estudo *in loco*, através de experiências em campo e/ou por intermédio de dados experimentais obtidos com especialistas da área (BIEMBENGUT; HEIN, 2000).

Na etapa ou fase de matematização, converte-se o problema em linguagem matemática. Intuição, criatividade e acúmulo de experiências são fatores indispensáveis ao bom cumprimento dessa etapa (BIEMBENGUT; HEIN, 2000).

Na etapa ou fase seguinte do processo de modelagem, chega-se ao modelo matemático, tornando-se necessária a avaliação correlata para saber-se como ele pode responder ao problema que havia sido suscitado e/ou para saber-se qual é o seu grau de confiabilidade (BIEMBENGUT; HEIN, 2000).

Ao adentrarmo-nos, desta feita, no contexto das Ciências Humanas ou Sociais, questionamo-nos: a modelagem matemática, ao dialogar tanto com o que se entende por mundo real quanto com a Matemática (BASSANEZI, 2002), é eficaz no que tange à aprendizagem discente de Matemática?

> Pela literatura, por exemplo, podemos conhecer as opiniões de pesquisadores que consideram que, por meio da modelagem e a modelação, não se podem ensinar novos conceitos matemáticos, mas apenas melhorar a habilidade dos alunos em aplicar matemática; e posições de outros que defendem a modelagem como processo ideal para ensinar matemática. (BIEMBENGUT; HEIN, 2000, p. 29)

A seguir, focalizaremos mais direta e detidamente as duas "opiniões" (que parecem compor um "dilema") anunciadas na citação precedente, as quais alimentam as discussões que se constituem no cerne deste artigo.

Pode-se aprender Matemática por meio da investigação de casos particulares e/ou por meio da modelagem matemática?

Uma criança, após quantidade limitada/finita de contatos físicos com o fogo, costuma assumir como "verdadeiras" algumas supostas decorrências de tais contatos, a exemplo da queimadura, da dor e, em casos extremos, da morte. Pensamentos espontâneos, de cariz indutivo, baseados em situações particulares, levam-na a concluir que existem determinadas "verdades".

Da mesma forma, deparando-se um aluno, por limitadas/finitas vezes, com procedimentos matemáticos que, mediante sua percepção, conduzam-no às soluções de algumas modalidades de questões (Obs.: procedimentos que, digamos, tenham validade universal ou geral no âmbito matemático, mas cujo caminhar dedutivo não seja assimilado, senão paulatinamente, pelo discente do presente exemplo), tal aluno poderá tomá-los como "verdades matemáticas" por conta dessas soluções e considerá-los como procedimentos acertados no que se refere a serem usados em processos similares, inclusive no que se refere a serem usados em segmentos de demonstrações matemáticas que ele venha a realizar de modo consciente.

Até que ponto, em um exemplo desse tipo, não houve ações indutivas no cerne de um "processo dedutivo consciente" (e quiçá ações indutivas menos espontâneas do que as protagonizadas pela criança que interagiu com o fogo)? O sujeito cognoscente, em seu trajeto pessoal de construção matemática, prescinde de conhecimentos derivados, total ou parcialmente, de atos indutivos? Arriscamos asseverar que não, ao menos no que respeita ao hipotético (hipotético?) caso do aluno de Matemática que expusemos acima. Vamos além: a pergunta que intitula esta seção do artigo (a qual também é, em determinada medida, a pergunta norteadora do artigo como um todo), a nosso ver, poderia apresentar-se, outrossim, como assertiva, em vez de mostrar-se apenas como interrogação.

Enunciemos uma segunda hipótese: admitamos que um aluno, no tocante à sua dinâmica cognoscente, ora seja capaz de entender e de explicar uma dedução matemática específica. De nosso ponto de vista, nada há que o impeça, em ocasiões posteriores, de utilizar a referida dedução como produto, ou seja, julgamos não haver impedimentos para que a use repetida e mecanicamente (sem precisar certificar-se novamente de toda a sequência lógica correspondente a ela), julgamos não haver impedimentos para que a use, inclusive, tratando-a como segmento pertencente ao corpo de outras deduções que, a seu turno, ele venha a engendrar detalhada e conscientemente. Por sinal:

> O ser humano [...] tem *conhecimentos imediatos* e *conhecimentos mediados*. Os primeiros são fruto evidente de intuições[1]; os segundos, não. Mas depois o ser humano reelabora os seus conhecimentos, buscando, para cada um, alguma forma de evidência, para procurar transformá-los em conhecimentos próximos àqueles produzidos pelas intuições. (D'AMORE, 2007, p. 335)

[1] O nível intuitivo relaciona-se à dinâmica de aceitar subjetivamente uma asserção como algo evidente e certo (D'AMORE, 2007).

Cremos que nossa segunda hipótese – à semelhança do exemplo (primeira hipótese) que a antecedeu – acena para o emprego de reiterações/induções no interior de "processos dedutivos conscientes".

Arriscamos propor mais um aspecto comum às duas hipóteses elencadas: após o registro escrito e a divulgação, pelo aluno, das respectivas demonstrações, um suposto leitor (digamos, o professor!) tenderá a não encontrar vestígios de encadeamentos cognitivos que sejam classificáveis como indutivos. Essa prática é deveras corriqueira, diga-se de passagem, no que concerne a autores de livros (didáticos ou não) e de artigos divulgados em congressos e em periódicos especializados, "isso porque é uma característica específica das publicações matemáticas destacar unicamente os resultados matemáticos e ocultar a sua forma de produção" (MIGUEL; MIORIM, 2004, p. 63).

Se, em algumas ocasiões, determinadas regras (entre axiomas, teoremas etc.) de que nos valemos, no bojo de uma demonstração matemática que levamos a efeito de modo consciente, podem ser recursos seguros em razão de uma "confiança" anterior que tenhamos adquirido, até certo ponto, à custa de reiterações/induções bem-sucedidas, então o que nos impediria de trabalhar, na condição de docentes, com situações ditas reais (a exemplo de temas ou de problemas vinculados ao cotidiano discente, o qual é marcado por fenômenos inusitados) e com recorrências (galgadas pela elaboração de semelhanças entre os distintos fenômenos do ambiente discente e pela criação de padrões a partir de tais semelhanças) atinentes a essas situações, tendo em vista a aprendizagem de Matemática pelos alunos?

Sendo a modelagem matemática um processo que se inicia com estranhamentos e/ou com manifestações de interesse acerca de questões ou de temas que ligamos à realidade, e sendo a realidade, em essência, composta – até onde sabemos! – de casos únicos, particulares e/ou singulares (apesar de comumente buscarmos, por meio da construção de semelhanças entre esses casos, estabelecer padrões, recorrências, regras e/ou ordens), como não aprender Matemática (uma vez considerados os argumentos dos parágrafos anteriores) por intermédio da modelagem matemática?

Achamos por bem enfatizar que a proposição constante nas linhas precedentes não elimina a utilização da modelagem matemática como recurso para que se melhorem habilidades matemáticas previamente internalizadas ou assimiladas pelo corpo discente. Com isso, entendemos que o suposto dilema (vide: BIEMBENGUT; HEIN, 2000) mencionado na seção anterior deste artigo diz respeito, na verdade, a duas possibilidades que não se excluem. Em vez de eliminarem-se uma à outra, elas são, em potencial, complementares no processo de ensino e de aprendizagem, não havendo aí, então, a rigor, um efetivo dilema. Trata-se, no fundo, de possibilidades viáveis, quais sejam: (1) a aprendizagem de Matemática por meio da modelagem matemática; (2) o aprimoramento, através da modelagem matemática, de habilidades matemáticas previamente construídas.

A dedução é, por excelência, o método matemático (embora não se limite ao campo da Matemática), e a indução opõe-se ao pensar dedutivo. Isso não pode ser esquecido! No presente texto, almejamos, antes, dar ênfase à possibilidade de articulações, em especial no contexto didático-pedagógico, entre o pensamento matemático – que é de cunho dedutivo – e o pensamento indutivo, do que destronar a dedução como método matemático; almejamos, antes, proceder à citada ênfase do que afastar a Matemática de seu caráter abstrato, genérico e/ou dedutivo. A propósito, em consonância com Morin (1999), defendemos o diálogo entre, de um lado, a explicação, que é o processo de abstração de demonstrações logicamente realizadas, e, de outro lado, a compreensão, que se move principalmente nas esferas do concreto, da intuição global e do subjetivo.

No sentido da articulação (dedução-indução) de que estamos tratando, parece-nos importante frisar que a indução possa, com alguma frequência, ser utilizada pelo sujeito cognoscente (não apenas durante, mas também) na fase anterior àquela da demonstração de um teorema: será que Pitágoras (Obs.: admitamos, aqui, que tal matemático grego tenha existido e que haja sido o autor do teorema que traz o seu nome), antes de realizar seu grande feito, não pensara de forma indutiva acerca das relações numéricas entre as hipotenusas e os catetos de certa quantidade (finita, é claro!) de triângulos retângulos? E será que as constatações advindas desse tipo de pensamento (indutivo) não o ajudaram a perseverar na trajetória dedutiva que se seguiu? Por conta de tal viabilidade de emprego da indução, percebemos chances de aprender-se e/ou de construir-se Matemática mediante subsídios proporcionados (não só concomitantemente, mas também) de modo preliminar pela modelagem matemática. Por oportuno:

> [...] Os cursos regulares de matemática são mistificadores num aspecto fundamental. Eles apresentam uma exposição do conteúdo matemático logicamente organizada, dando a impressão de que os matemáticos passam de teorema a teorema quase naturalmente, de que eles podem superar qualquer dificuldade e de que os conteúdos estão completamente prontos e estabelecidos [...]. As exposições polidas dos cursos não conseguem mostrar os obstáculos do processo criativo, as frustrações e o longo e árduo caminho

> que os matemáticos tiveram que trilhar para atingir uma estrutura considerável. (KLINE, 1972, p. IX, apud MIGUEL; MIORIM, 2004, p. 52)

Além do mais, com frequência, valorizamos o pensamento indutivo após uma demonstração matemática. Alunos flagram-se, não raro, testando, mediante recurso a situações particulares, aquilo que acabaram de demonstrar ou de ver demonstrado, e esse procedimento (indutivo) parece fortalecer as suas certezas matemáticas. Daí, em nosso entendimento, também haver a possibilidade de aperfeiçoarem-se habilidades matemáticas por meio do auxílio ensejado pela modelagem matemática.

Considerações finais

Matemática e (compreensão da) realidade diferenciam-se uma da outra (BIEMBENGUT; HEIN, 2000; BASSANEZI, 2002). Axiomas, propriedades, noções primitivas e definições estruturam o contexto matemático. Situações que tendem a não se repetir plenamente compõem o chamado mundo real. Recorrências e ordenações têm a ver com a Matemática. Singularidades, desordens e aproximações (Obs.: aproximações a partir das quais buscamos, por vezes, expressar ordenações) são atributos que costumamos vincular à realidade.

O pensamento matemático, em princípio, é genérico e abstrato, é algo descolado de ambientes classificados como reais, o que não nos impede de tentar aplicá-lo às situações únicas daquilo a que designamos de realidade. Já o pensamento voltado para o cotidiano e suas incertezas caracteriza-se sobremaneira pela singularidade e pela concreção, mas, com frequência, em nosso contato com o indeterminismo do dia a dia, não prescindimos de atos cognitivos genéricos e abstratos (quer dizer, não prescindimos de atos dedutivos – porém não necessariamente matemáticos – e indutivos). É inerente ao ser humano o esforço de "enxergar" ordem na desordem, o esforço de identificar ou de construir aproximações e de relacioná-las a padrões.

Malgrado diferenciar-se do que se entende por realidade, limitando-se, em sua "forma" aplicada, a representar fenômenos naturais e sociais mediante "retratos incompletos" quando esses fenômenos são dotados de um grau mais elevado de complexidade e/ou de desordem, a Matemática foi criada, ao que nos consta, pelo "homem no mundo". Em que pese o "homem no mundo", o pensamento matemático, não espontâneo e dedutivo em sua essência, opõe-se ao pensar indutivo, talvez hegemônico no contato humano com situações cotidianas.

Mas ambas, dedução e indução, cada qual à sua maneira, vinculam-se à regra e à repetição (a exemplo da tentativa indutivista de construção de ordem, em se tratando do chamado mundo real), e julgamos ser possível a exploração, inclusive em termos didático-pedagógicos, desse denominador comum aos pensamentos dedutivo e indutivo, os quais, cada um a seu modo, também dialogam com a desordem e com as singularidades (a exemplo da Matemática aplicada ao ineditismo das situações ditas reais), e isso pode igualmente ser explorado no nível do ensino e da aprendizagem. Ademais, sempre é bom frisar que a dedução não é um encadeamento lógico-cognitivo exclusivo do ato de matematizar, sendo passível de uso em diversas situações, inclusive cotidianas, com ou sem apelo a processos mentais de cunho matemático.

Perguntamo-nos: haveria sido possível o surgimento da demonstração matemática – pelo menos quanto à sua origem histórica – sem que o homem, antes, movimentando seus pensamentos de singularidade em singularidade, tivesse o costume de vislumbrar certa ordem em tais singularidades, certa ordem nesses fenômenos de que era por vezes espectador, por vezes protagonista? Talvez não! Temos aí mais um motivo para escrever em favor de liames envolvendo indução, dedução, desordem, ordem, modelagem e Matemática.

De nosso ponto de vista, no ensino e na aprendizagem, a indução pode ser empregada anterior e concomitantemente à fase de demonstração de uma propriedade matemática, haja vista os argumentos que expusemos neste artigo. Advogamos, pois, a criação de Matemática, em sala de aula, através de subsídios proporcionados pela modelagem matemática, a qual se liga, por definição, tanto à Matemática pura quanto a casos particulares. Mas concebemos – é bom frisar! – a modelagem matemática como uma das alternativas didático-pedagógicas no que tange à aprendizagem de Matemática, e não como a única via para a consecução dessa aprendizagem.

Por fim, também é frequente recorremos ao pensamento indutivo após uma demonstração matemática. O aluno, em especial, tende a "confirmar", através de aplicações em situações particulares, a validade do que acabou de demonstrar (ou do que acabou de ver demonstrado pelo seu professor), e tal movimento (indutivo) parece consolidar seus conhecimentos matemáticos. Fundamentados nessa ideia, entendemos que, por intermédio da modelagem matemática (a qual possui como um de seus atributos o direcionamento para assuntos ou temas específicos), haja possibilidade de aperfeiçoarem-se habilidades matemáticas que haviam sido previamente internalizadas ou assimiladas pelo discente.

Referências

ABBAGNANO, N. *Dicionário de filosofia*. Revisão da tradução e tradução dos novos textos: Ivone Castilho Benedetti. 4ª ed. São Paulo: Martins Fontes, 2000.

BASSANEZI, R. C. *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática:* uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2002.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. *Modelagem matemática no ensino*. São Paulo: Contexto, 2000.

D'AMORE, B. *Elementos de didática da matemática*. Tradução de Maria Cristina Bonomi. São Paulo: Livraria da Física, 2007.

JAPIASSÚ, H.; MARCONDES, D. *Dicionário básico de filosofia*. 3ª ed. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 1996.

MIGUEL, A.; MIORIM, M. A. *História na educação matemática:* propostas e desafios. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

MORIN, E. *O método 3: o conhecimento do conhecimento*. Tradução de Juremir Machado da Silva. 2ª ed. Porto Alegre: Sulina, 1999.

MORIN, E. *Ciência com consciência*. Tradução de Maria D. Alexandre e Maria Alice Sampaio Dória. 5ª ed. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 2001.

MORIN, E. *Os sete saberes necessários à educação do futuro*. Tradução de Catarina Eleonora F. da Silva e Jeanne Sawaya. 6ª ed. São Paulo: Cortez; Brasília, DF: UNESCO, 2002.

MORIN, E. *O método 1*: a natureza da natureza. Tradução de Ilana Heineberg. 2ª ed. Porto Alegre: Sulina, 2003.

PINO, A. O biológico e o cultural nos processos cognitivos. In: MORTIMER, E. F.; SMOLKA, A. L. B. (org.). *Linguagem, cultura e cognição:* reflexões para o ensino e a sala de aula. Belo Horizonte: Autêntica, 2001, p. 21-50.

SEVERINO, A. J. *Metodologia do trabalho científico*. 23ª ed. São Paulo: Cortez, 2007.

LÊNIO FERNANDES LEVY. Possui graduação em Matemática (licenciatura) pela Universidade Federal do Pará / UFPA (1987-1990), além de mestrado (2002-2003) e doutorado (2010-2013) em Educação em Ciências e Matemáticas (com ênfase em Educação Matemática), também pela UFPA. É professor adjunto do Instituto de Educação Matemática e Científica (IEMCI) da UFPA. Tem experiência em Matemática e em Educação Matemática, atuando principalmente nos seguintes temas: (i) modelagem matemática no ensino; (ii) Educação Matemática e paradigma epistemológico da complexidade; (iii) formação de professores de Matemática; (iv) ensino de Matemática.

Recebido: 24 de dezembro de 2015

Revisado: 17 de março de 2016

Aceito: 19 de maio de 2016